

שאלון

# 582

(5 יח"ל, 807)

## בגרויות במתמטיקה

לכל השאלות בחוברת פתרונות וידאו מלאים  
באתר **MY GEVA CO IL**

מדהים! מה הלאה?



פותחים את המצלמה בסלולר

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה

מפציצים בבגרות



יואל גבע

עדכני ל- 2024-2025

# הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,  
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לקראת הבגרות במתמטיקה  
לשאלון 582 (5 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו את 52 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 582  
(מועדי חורף וקיץ) עד וכולל מועד ב', קיץ 2024.

## מה מיוחד בחוברת זו?

לכל השאלות בחוברת קיימים סרטוני וידאו הכוללים פתרונות מלאים  
באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

## כיצד צופים בסרטון פתרון?

נכנסים לאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)  
בוחרים את מספר יחידות הלימוד ונכנסים לפתרונות וידאו למבחני  
בגרות 582.  
כעת ניתן לראות את פתרונות הווידאו לכל השאלות ממבחני הבגרות.  
הפתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחינם!

## כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר [my.geva](http://my.geva.co.il)?

בכל שאלה שבה אתם מתקשים, או שהתשובה הסופית שקיבלתם  
אינה תואמת את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות  
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיים נושא שבו אתם מרגישים  
צורך בחיזוק נוסף, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.  
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת).

בנוסף, ניתן לרכוש באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il) מנוי לסרטוני פתרון  
לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 582, בהוצאת יואל גבע.

זכות היוצרים על שאלות הלקוחות ממבחני בגרות שמורות למדינת ישראל.  
כל הזכויות על השאלות האחרות שמורות להוצאת הספרים יואל גבע.

אנו מאחלים לכם הצלחה רבה בבחינת הבגרות.  
יואל גבע – הוצאת הספרים, צוות האתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

# המבנה של שאלון 582

תלמידי 5 יחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.  
השאלון הראשון הוא 035581 והשאלון השני הוא 035582.

בשאלון 582 שני פרקים.  
משך הבחינה: שעתיים וחצי.  
בסך הכול צריך לענות על 3 שאלות מתוך 5 שאלות.

**המבנה של שאלון 035582:**

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות).**

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות  
(לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,**

**פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$  נקודות).**

הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לענות על שאלה אחת  
(לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

בעמוד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הבגרות של שאלון 582.



## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 $66\frac{2}{3}$  נקודות –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

# מיון שאלות המבחנים לפי נושאים

## גאומטריה אנליטית

### הישר

עמוד 4 שאלה 1 סעיף א, עמוד 21 שאלה 1, עמוד 33 שאלה 1,  
עמוד 83 שאלה 1 סעיף ב (1), עמוד 145 שאלה 1 סעיף א.

### המעגל

עמוד 1 שאלה 1 סעיף א, עמוד 7 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 71 שאלה 1, עמוד 75 שאלה 1, עמוד 83 שאלה 1 סעיף ב (2),  
עמוד 134 שאלה 1 סעיפים ב-ג, עמוד 139 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 170 שאלה 1 סעיפים ב-ד, עמוד 177 שאלה 1, עמוד 192 שאלה 1,  
עמוד 199 שאלה 1, עמוד 245 שאלה 1 סעיפים א-ג.

### הפרבולה

עמוד 24 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1, עמוד 47 שאלה 1, עמוד 53 שאלה 1,  
עמוד 63 שאלה 1, עמוד 67 שאלה 1, עמוד 79 שאלה 1,  
עמוד 83 שאלה 1 סעיף א, עמוד 92 שאלה 1 סעיף ב,  
עמוד 129 שאלה 1 סעיפים ב-ג, עמוד 145 שאלה 1 סעיף ב,  
עמוד 152 שאלה 1, עמוד 158 שאלה 1 סעיפים א-ב.

### האליפסה

עמוד 14 שאלה 1, עמוד 27 שאלה 1, עמוד 36 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 56 שאלה 1 סעיפים א-ב, עמוד 87 שאלה 1, עמוד 107 שאלה 1,  
עמוד 129 שאלה 1 סעיף א, עמוד 184 שאלה 1, עמוד 213 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 219 שאלה 1.

## מקומות גאומטריים

עמוד 1 שאלה 1, עמוד 4 שאלה 1, עמוד 10 שאלה 1, עמוד 17 שאלה 1,  
עמוד 36 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 1, עמוד 50 שאלה 1, עמוד 56 שאלה 1,  
עמוד 60 שאלה 1, עמוד 92 שאלה 1 סעיף א, עמוד 96 שאלה 1,  
עמוד 101 שאלה 1, עמוד 113 שאלה 1, עמוד 118 שאלה 1,  
עמוד 123 שאלה 1, עמוד 129 שאלה 1 סעיף ד, עמוד 134 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 139 שאלה 1 סעיף ב, עמוד 145 שאלה 1 סעיף ג,  
עמוד 158 שאלה 1 סעיף ג, עמוד 164 שאלה 1, עמוד 170 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 177 שאלה 1 סעיף ד, עמוד 206 שאלה 1, עמוד 213 שאלה 1 סעיף ב,  
עמוד 226 שאלה 1, עמוד 232 שאלה 1, עמוד 238 שאלה 1,  
עמוד 245 שאלה 1.

## שילוב של גאומטריה אנליטית עם וקטורים/מספרים מרוכבים

עמוד 36 שאלה 1, עמוד 44 שאלה 1.

# וקטורים

## הווקטור הגאומטרי

עמוד 7 שאלה 2, עמוד 21 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 2 סעיף א,  
עמוד 41 שאלה 3 סעיף א, עמוד 45 שאלה 3, עמוד 47 שאלה 2,  
עמוד 50 שאלה 2, עמוד 53 שאלה 2, עמוד 56 שאלה 2, עמוד 75 שאלה 2,  
עמוד 93 שאלה 2, עמוד 108 שאלה 2.

## הווקטור האלגברי

עמוד 4 שאלה 2, עמוד 10 שאלה 2, עמוד 14 שאלה 2,  
עמוד 24 שאלה 2, עמוד 27 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2, עמוד 44 שאלה 2,  
עמוד 60 שאלה 2, עמוד 63 שאלה 2, עמוד 67 שאלה 2, עמוד 71 שאלה 2,  
עמוד 79 שאלה 2, עמוד 84 שאלה 2, עמוד 102 שאלה 2, עמוד 114 שאלה 2,  
עמוד 119 שאלה 2, עמוד 124 שאלה 2, עמוד 130 שאלה 2,  
עמוד 140 שאלה 2, עמוד 171 שאלה 2, עמוד 185 שאלה 2,  
עמוד 200 שאלה 2, עמוד 214 שאלה 2, עמוד 233 שאלה 2,  
עמוד 239 שאלה 2.

## בעיות המשלבות וקטור גאומטרי עם וקטור אלגברי

עמוד 1 שאלה 2, עמוד 17 שאלה 2, עמוד 33 שאלה 2, עמוד 37 שאלה 3,  
עמוד 40 שאלה 2, עמוד 88 שאלה 2, עמוד 96 שאלה 2, עמוד 135 שאלה 2,  
עמוד 146 שאלה 2, עמוד 152 שאלה 2, עמוד 159 שאלה 2,  
עמוד 165 שאלה 2, עמוד 178 שאלה 2, עמוד 193 שאלה 2,  
עמוד 207 שאלה 2, עמוד 220 שאלה 2, עמוד 227 שאלה 2,  
עמוד 246 שאלה 2.

## מספרים מרוכבים

עמוד 2 שאלה 3 סעיף א, עמוד 5 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 7 שאלה 3 סעיף א,  
עמוד 11 שאלה 3, עמוד 15 שאלה 3, עמוד 18 שאלה 3, עמוד 22 שאלה 3,  
עמוד 25 שאלה 3 סעיף א, עמוד 25 שאלה 3 סעיף ב,  
עמוד 28 שאלה 3 סעיף א, עמוד 30 שאלה 3 סעיף א,  
עמוד 34 שאלה 3 סעיף א, עמוד 41 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 48 שאלה 3,  
עמוד 50 שאלה 3, עמוד 54 שאלה 3, עמוד 57 שאלה 3, עמוד 61 שאלה 3,  
עמוד 64 שאלה 3, עמוד 68 שאלה 3, עמוד 72 שאלה 3, עמוד 76 שאלה 3,  
עמוד 80 שאלה 3 סעיף א, עמוד 80 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 84 שאלה 3,  
עמוד 88 שאלה 3, עמוד 93 שאלה 3, עמוד 97 שאלה 3, עמוד 102 שאלה 3,  
עמוד 108 שאלה 3, עמוד 114 שאלה 3, עמוד 119 שאלה 3,  
עמוד 125 שאלה 3, עמוד 130 שאלה 3, עמוד 135 שאלה 3,  
עמוד 141 שאלה 3, עמוד 147 שאלה 3, עמוד 153 שאלה 3,  
עמוד 160 שאלה 3, עמוד 166 שאלה 3, עמוד 172 שאלה 3,  
עמוד 179 שאלה 3, עמוד 186 שאלה 3, עמוד 194 שאלה 3,  
עמוד 201 שאלה 3, עמוד 208 שאלה 3, עמוד 214 שאלה 3,  
עמוד 221 שאלה 3, עמוד 227 שאלה 3, עמוד 233 שאלה 3,  
עמוד 240 שאלה 3, עמוד 247 שאלה 3.

## טריגונומטריה במרחב

עמוד 2 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 5 שאלה 3 סעיף א, עמוד 8 שאלה 3 סעיף ב,  
עמוד 28 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 31 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 34 שאלה 3 סעיף ב,  
עמוד 45 שאלה 3 סעיפים א-ב.

## בעיות גדילה ודעיכה

עמוד 2 שאלה 4 סעיף א, עמוד 5 שאלה 4 סעיף א, עמוד 8 שאלה 4 סעיף א,  
עמוד 29 שאלה 5, עמוד 45 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 48 שאלה 5 סעיף א.

## חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

### חקירת פונקציות

#### פונקציות מעריכיות

עמוד 11 שאלה 4, עמוד 15 שאלה 4 סעיפים א-ו,  
עמוד 19 שאלה 5 סעיפים א-ד, עמוד 35 שאלה 5 סעיפים א-ג,  
עמוד 42 שאלה 5, עמוד 54 שאלה 4, עמוד 64 שאלה 4 סעיפים א, ב, ד,  
עמוד 69 שאלה 5 סעיף א, עמוד 85 שאלה 4, עמוד 89 שאלה 4,  
עמוד 94 שאלה 4, עמוד 98 שאלה 4, עמוד 103 שאלה 4,  
עמוד 109 שאלה 3, עמוד 115 שאלה 4, עמוד 116 שאלה 5,  
עמוד 121 שאלה 5, עמוד 127 שאלה 5, עמוד 131 שאלה 4,  
עמוד 137 שאלה 5, עמוד 142 שאלה 4, עמוד 148 שאלה 4,  
עמוד 155 שאלה 4, עמוד 161 שאלה 4, עמוד 167 שאלה 4,  
עמוד 173 שאלה 4, עמוד 180 שאלה 4, עמוד 202 שאלה 4 סעיפים א-ד,  
עמוד 222 שאלה 4, עמוד 241 שאלה 4 סעיפים א-ה, עמוד 248 שאלה 4.

## **פונקציות לוגריתמיות**

עמוד 12 שאלה 5 סעיף א, עמוד 15 שאלה 5 סעיף א,  
עמוד 16 שאלה 5 סעיף ב, עמוד 34 שאלה 4 סעיפים א-ב,  
עמוד 46 שאלה 5 סעיפים א-ב, עמוד 49 שאלה 5 סעיף ב,  
עמוד 51 שאלה 5, עמוד 61 שאלה 5, עמוד 65 שאלה 5, עמוד 68 שאלה 4,  
עמוד 85 שאלה 5, עמוד 90 שאלה 5, עמוד 94 שאלה 5, עמוד 99 שאלה 5,  
עמוד 104 שאלה 5, עמוד 110 שאלה 5, עמוד 116 שאלה 5,  
עמוד 120 שאלה 4, עמוד 126 שאלה 4, עמוד 132 שאלה 5,  
עמוד 136 שאלה 4, עמוד 143 שאלה 5, עמוד 149 שאלה 5, עמוד 156 שאלה 5,  
עמוד 162 שאלה 5, עמוד 168 שאלה 5, עמוד 174 שאלה 5,  
עמוד 181 שאלה 5, עמוד 188 שאלה 5, עמוד 216 שאלה 5 ללא סעיף ד,  
עמוד 223 שאלה 5 ללא סעיף ג, עמוד 228 שאלה 5 ללא סעיף ד,  
עמוד 235 שאלה 5, עמוד 242 שאלה 5 סעיפים א-ה, עמוד 249 שאלה 5.

## **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 3 שאלה 5 סעיף א, עמוד 58 שאלה 5, עמוד 81 שאלה 5.

## **בעיות קיצון**

הערה: חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

### **בעיות קיצון עם פונקציות מעריכיות**

עמוד 8 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 31 שאלה 4, עמוד 35 שאלה 5,  
עמוד 127 שאלה 5.

### **בעיות קיצון עם פונקציות לוגריתמיות**

עמוד 23 שאלה 5, עמוד 26 שאלה 5, עמוד 46 שאלה 5.

# אינטגרלים

הערה: חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

## פונקציות מעריכיות

עמוד 15 שאלה 4, עמוד 19 שאלה 5, עמוד 48 שאלה 4, עמוד 51 שאלה 4,  
עמוד 61 שאלה 4, עמוד 73 שאלה 5, עמוד 80 שאלה 4, עמוד 98 שאלה 4,  
עמוד 103 שאלה 4, עמוד 109 שאלה 4 סעיף ד, עמוד 115 שאלה 4,  
עמוד 131 שאלה 4 סעיף ה, עמוד 117 שאלה 4, עמוד 196 שאלה 5,  
עמוד 209 שאלה 4, עמוד 215 שאלה 4, עמוד 229 שאלה 5,  
עמוד 234 שאלה 4, עמוד 241 שאלה 4 סעיף ו.

## פונקציות שהפונקציה הקדומה שלהן היא לוגריתמית

עמוד 2 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 5 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 12 שאלה 5,  
עמוד 18 שאלה 4, עמוד 22 שאלה 4, עמוד 31 שאלה 5, עמוד 42 שאלה 4,  
עמוד 55 שאלה 5, עמוד 77 שאלה 5, עמוד 94 שאלה 5 סעיף ה,  
עמוד 126 שאלה 4, עמוד 195 שאלה 4, עמוד 216 שאלה 5 סעיף ד,  
עמוד 223 שאלה 5 סעיף ג, עמוד 228 שאלה 4 סעיף ד,  
עמוד 242 שאלה 5 סעיף ו.

## פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי

עמוד 38 שאלה 5.

## אינטגרל הכולל את זיהוי הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת

הערה: חלק זה כולל פונקציות מסוגים שונים שבהן לצורך מציאת האינטגרל יש לזהות את הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת.  
עמוד 3 שאלה 5, עמוד 6 שאלה 5, עמוד 8 שאלה 5, עמוד 28 שאלה 4,  
עמוד 37 שאלה 4, עמוד 64 שאלה 4, עמוד 69 שאלה 5, עמוד 72 שאלה 4,  
עמוד 120 שאלה 4, עמוד 132 שאלה 5 סעיף ג(1),  
עמוד 195 שאלה 4 סעיף ג, עמוד 202 שאלה 4 סעיף ה, עמוד 203 שאלה 5,  
עמוד 210 שאלה 5.

## **נפח גוף סיבוב**

עמוד 34 שאלה 4, עמוד 45 שאלה 4 סעיף א, עמוד 57 שאלה 4,  
עמוד 99 שאלה 5.

## **פונקציות עם ערך מוחלט**

עמוד 25 שאלה 4, עמוד 76 שאלה 4.



# תוכן עניינים

## מבחני בגרות – שאלון 582

- 1..... מבחן בגרות מספר 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א
- 4..... מבחן בגרות מספר 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב
- 7..... מבחן בגרות מספר 3 – חורף תש"ע, 2010
- 10 ..... מבחן בגרות מספר 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א
- 14 ..... מבחן בגרות מספר 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב
- 17 ..... מבחן בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011
- 21 ..... מבחן בגרות מספר 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א
- 24 ..... מבחן בגרות מספר 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב
- 27 ..... מבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012
- 30 ..... מבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד א
- 33 ..... מבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב
- 36 ..... מבחן בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013
- 40 ..... מבחן בגרות מספר 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א
- 44 ..... מבחן בגרות מספר 14 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב
- 47 ..... מבחן בגרות מספר 15 – חורף תשע"ד, 2014
- 50 ..... מבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד א
- 53 ..... מבחן בגרות מספר 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב
- 56 ..... מבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג
- 60 ..... מבחן בגרות מספר 19 – חורף תשע"ה, 2015
- 63 ..... מבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א
- 67 ..... מבחן בגרות מספר 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב
- 71 ..... מבחן בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016
- 75 ..... מבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד א
- 79 ..... מבחן בגרות מספר 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב

83	מבחן בגרות מספר 25 – חורף תשע"ז, 2017
87	מבחן בגרות מספר 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א
92	מבחן בגרות מספר 27 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב
96	מבחן בגרות מספר 28 – חורף תשע"ח, 2018
101	מבחן בגרות מספר 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א
107	מבחן בגרות מספר 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב
113	מבחן בגרות מספר 31 – חורף תשע"ט, 2019
118	מבחן בגרות מספר 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א
123	מבחן בגרות מספר 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב
129	מבחן בגרות מספר 34 – חורף תש"ף, 2020
134	מבחן בגרות מספר 35 – קיץ תש"ף, 2020, מועד א
139	מבחן בגרות מספר 36 – קיץ תש"ף, 2020, מועד ב
145	מבחן בגרות מספר 37 – חורף תשפ"א, 2021
152	מבחן בגרות מספר 38 – חורף תשפ"א, 2021, מועד נבצרים
158	מבחן בגרות מספר 39 – חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר
164	מבחן בגרות מספר 40 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א
170	מבחן בגרות מספר 41 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד
177	מבחן בגרות מספר 42 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב
184	מבחן בגרות מספר 43 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א
192	מבחן בגרות מספר 44 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבצרים
199	מבחן בגרות מספר 45 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א
206	מבחן בגרות מספר 46 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב
213	מבחן בגרות מספר 47 – חורף תשפ"ג, 2023
219	מבחן בגרות מספר 48 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א
226	מבחן בגרות מספר 49 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב
232	מבחן בגרות מספר 50 – חורף תשפ"ד, 2024
238	מבחן בגרות מספר 51 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד א
245	מבחן בגרות מספר 52 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב

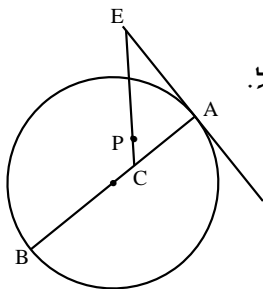


# מבחן בגרות מספר 1

## קיץ תשס"ט, 2009, מועד א

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 887$  ונקודה  $A(20; 21)$  שעל המעגל העבירו משיק למעגל.

נקודה  $C$  נמצאת על קוטר המעגל  $AB$  כך ש-  $AC = \frac{1}{3} AB$ .

נקודה  $E$  נמצאת על המשיק, ונקודה  $P$  נמצאת על הקטע  $EC$  כך ש-  $CE = 5CP$ . (ראה ציור).

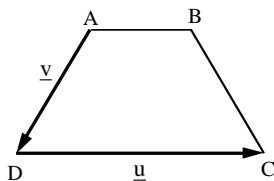
א. מצא את שיעורי הנקודה  $C$ .

ב. הבע את השיעורים של הנקודה  $E$  באמצעות השיעורים של הנקודה  $P$ , ומצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $P$  הנוצרות באופן שתואר.

1.



סדקו אותי לצפייה בפתרון בחינם!



נתון טרפז שווה-שוקיים  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ) (ראה ציור). נתון כי  $\angle DAB = 120^\circ$ .

נסמן:  $\overrightarrow{AB} = t\mathbf{u}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \mathbf{v}$ ,  $\overrightarrow{DC} = \mathbf{u}$ .

א. (1) הבע את  $t$  באמצעות  $|\mathbf{v}|$  ו-  $|\mathbf{u}|$ .

(2) הבע את הווקטור  $\overrightarrow{BC}$

באמצעות  $|\mathbf{v}|$  ו-  $|\mathbf{u}|$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$ .

ב. נתון:  $\mathbf{v} = (-1, y, 0)$ ,  $\mathbf{u} = (8, 6, -10)$ .

(1) מצא את שיעור ה- $y$  של הווקטור  $\mathbf{v}$  (מצא את שתי האפשרויות).

(2) מבין שני הערכים של  $y$  שמצאת בתת-סעיף ב' (1), מצא עבור איזה

ערך של  $y$  הבסיס  $DC$  הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו.

הערה: אפשר לפתור את סעיף ב' בלי להסתמך על הפתרון של סעיף א'.

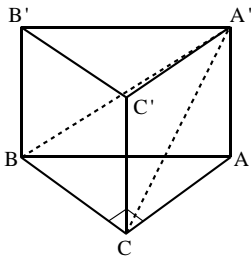
2.



סדקו אותי לצפייה בפתרון בחינם!

א. בסדרה הנדסית  $a_1, a_2, a_3, \dots$  נתון:  $a_4 = -8 + 8i$ ,  $a_7 = 64 + 64i$ . מצא את  $a_1$ .

3.



ב. במנסרה ישרה,  $ABCA'B'C'$ , הבסיס  $ABC$  הוא משולש ישר-זווית ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ), שבו  $AB = c$ ,  $\sphericalangle BAC = \alpha$ . הזווית בין המישור  $A'B'C'$  לבין המישור  $ABC$  היא  $\beta$ .  
 (1) הבע באמצעות  $c$ ,  $\alpha$  ו- $\beta$  את נפח המנסרה.  
 (2) שטח הפאה  $ACC'A'$  שווה לשטח הפאה  $BCC'B'$  ונפח המנסרה הוא  $c^3$ .  
 חשב את הזווית  $\beta$ .

3.



סרקו אותי לצפייה בפתרון בחינם!

הערה: אין קשר בין סעיף א ל-ב.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

- א. (1) בעיירה מסוימת נמצא כי אצל כל הגברים בעיירה שיער הראש נושר בדעיכה מעריכית מגיל עשרים ואחת הלאה. כל שנה הגברים מאבדים 0.1% משיער ראשם. מצא כעבור כמה שנים מגיל עשרים ואחת יאבדו הגברים 0.2997% משיער ראשם.  
 (2) נמצא כי אצל כל הילדות בעיירה מספר השערות גדל מאז הלידה בצורה מעריכית. ביום מסוים היו לילדה מהעיירה 100,000 שערות. כעבור  $m$  שנים נוספו לה 15,000 שערות. הבע באמצעות  $m$  בכמה אחוזים גדל כל שנה מספר השערות של הילדה.

4.



סרקו אותי לצפייה בפתרון בחינם!

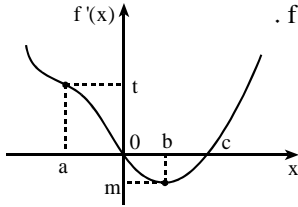
- ב. פונקציית הנגזרת השנייה של פונקציה  $f(x)$  היא  $f''(x) = \frac{1}{(2x-1)^2} + e$ . לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון ב- $(0;3)$ . מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

4.



סרקו אותי לצפייה בפתרון בחינם!

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



נתון הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  (ראה ציור).

כמו כן נתון:  $f(a) = d$ ,  $f(0) = s$ ,  $f(b) = p$ ,  $f(c) = k$ .

א. הבע באמצעות פרמטרים מתאימים:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון

של  $f(x)$  וקבע את סוגן. נמק.

(2) את השיעורים של נקודת הפיתול

של  $f(x)$ . נמק.

ב. נסמן:  $x_1$  – שיעור ה- $x$  של נקודת הפיתול של  $f(x)$ .

$x_2$  – שיעור ה- $x$  של נקודת המינימום של  $f(x)$ .

הבע באמצעות פרמטרים מתאימים את ערך האינטגרל  $\int_{x_1}^{x_2} f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx$

### תשובות למבחן בגרות מספר 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א:

1. א.  $(8;5)$ . ב.  $E(5x_p - 32; 5y_p - 20)$ ,  $y = -\frac{3}{4}x + 16$ .

2. א. (1)  $t = \frac{|\underline{u}| - |\underline{v}|}{|\underline{u}|}$ . (2)  $\overrightarrow{BC} = \frac{|\underline{v}|}{|\underline{u}|}\underline{u} + \underline{v}$ . ב. (1)  $y = \frac{1}{7}$  או  $y = -7$ . (2)  $y = -7$ .

3. א.  $-1-i$ . ב. (1)  $\frac{1}{2}c^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha \tan \beta$ . (2)  $79.98^\circ$ .

4. א. (1) כעבור 3 שנים (בערך). (2)  $100 \cdot \sqrt[3]{1.15} - 100$  (התשובה היא באחוזים).

ב.  $f(x) = -0.25 \ln|2x-1| + 0.5ex^2 - 0.5x + 3$ .

5. א. (1)  $(c;k)$  מינימום,  $(0;s)$  מקסימום. (2)  $(b;p)$ . ב.  $\frac{1}{e^p} - \frac{1}{e^k}$ .

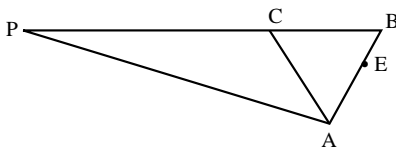


## מבחן בגרות מספר 2

קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתונות הנקודות A(0;0) ו-E(3;6).

נקודה B נמצאת על המשך AE כך  $AB=AC$  ושטח המשולש CAE גדול פי 3 משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.  
ב. נקודה P נמצאת על המשך BC

כך ש-  $PC=2BC$ . מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה  $(4;-40)$  נמצאת על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב'.

מצא עבור נקודה זו את משוואת האנגל ל-BC העובר דרך C.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

נתון מישור  $\pi$  שמשוואתו  $2x+y-z+3=0$ . הנקודות  $B(1;-2;m)$  ו- $A(-1;-2;k)$  נמצאות במישור זה. הישר BG מאונך למישור  $\pi$ .

א. מצא את שיעורי הנקודה G אם גם נתון כי  $|\vec{BG}|=\sqrt{96}$ , ושיעור ה-x של הנקודה G הוא חיובי.

ב. דרך הנקודה G שאת שיעוריה מצאת בסעיף א', ודרך הנקודה  $E(11;6;-17)$  עובר ישר  $\ell$  החותך את המישור  $\pi$  בנקודה F.

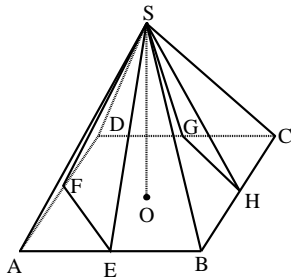
הוכח כי הנקודות A, B ו-F נמצאות על ישר אחד.

ג. מצא את המצב ההדדי בין הישר AF לציר ה-x.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!



א. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע. של צלעות הבסיס (ראה ציור). נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס. חשב את גודל הזווית שבין המישור  $SHG$  למישור  $SFE$ .

3.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

ב. קדקודי מתומן משוכלל  $ABCDEFGH$  (מצולע בעל שמונה צלעות) נמצאות במישור גאוס ומרכז המתומן נמצא בראשית הצירים. נתון כי קדקוד  $A$  הוא  $z=1+i$ . מצא את הקדקודים  $B$  ו- $H$ . הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

3.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

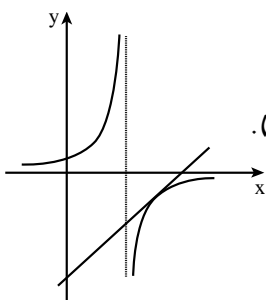
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדלות בצורה מעריכית. כמות הדגים מסוג א' גדלה כל חודש פי  $q_1$ , וכמות הדגים מסוג ב' גדלה כל חודש פי  $q_2$ . כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.  $q_2$  גדול ב- 8.7% מ- $q_1$ . מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.

4.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!



ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e}{e-x}$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי, שמשוואתו  $y = \frac{4}{e}x - 8$  (ראה ציור). חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר  $x = 2e$ .

4.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



נתונה פונקציית הנגזרת  $f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}$ .

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $x > 0$ , ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה  $f(x) = b$ .

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$  (הבע באמצעות  $b$ ).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן (הבע באמצעות  $b$  במידת הצורך).

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של  $f(x)$ .

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של  $b$  הגרף של  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

(2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , עבור הערכים של  $b$

שמצא בתת-סעיף ג(1), אם נתון כי  $b > 0$ .

ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.

### תשובות למבחן בגרות מספר 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב:

1. א.  $(4; 8)$ . ב.  $(x+8)^2 + (y+16)^2 = 720$ . ג.  $y = -8$ .

2. א.  $(9; 2; -1)$ . ג. מצטלבים.

3. א.  $38.94^\circ$ . ב.  $B = \sqrt{2} \operatorname{cis} 90^\circ = \sqrt{2}i$ ,  $H = \sqrt{2} \operatorname{cis} 0^\circ = \sqrt{2}$ .

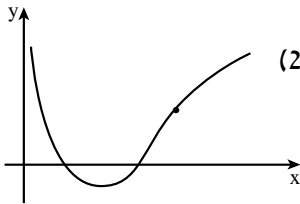
4. א. 8.309 חודשים. ב.  $e \cdot (\ln 2 - \frac{1}{2}) = 0.525$ .

5. א.  $f(x) = \ln^2 x - \ln x + b - 0.75$ .

ב. (1)  $(\sqrt{e}; b-1)$  מינימום. ג. (1)  $b < 1$ . (2)

(2)  $0 < x < e\sqrt{e}$  ;  $\cup$

$\cap$  :  $x > e\sqrt{e}$ .





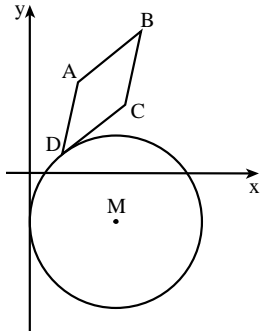


## מבחן בגרות מספר 3

חורף תש"ע, 2010

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

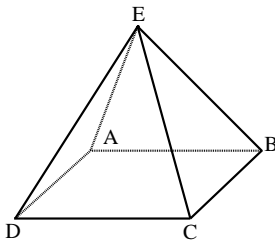


נתון מעגל, שמרכזו M נמצא ברביע הרביעי. המעגל משיק לציר ה- $y$ . במקבילית ABCD הצלע DC משיקה למעגל זה בנקודה D, כמתואר בציור. נתון:  $A(3;5)$ ,  $B(7;8)$ , רדיוס המעגל הוא 5, שטח המקבילית ABCD הוא 13. א. מצא את משוואת הישר DC. ב. מצא את השיעורים של הנקודה שבה המעגל משיק לציר ה- $y$ .

1.



סרקו אותי לצפייה בפתרון



בפירמידה ABCDE, שבסיסה ABCD הוא מקבילית, נתון כי  $\vec{EA} \perp \vec{EC}$ . א. הוכח: אם הבסיס ABCD הוא מלבן, אז  $\vec{ED} \perp \vec{EB}$ . ב. נסח את הטענה ההפוכה לטענה שבסעיף א', והוכח אותה.

2.

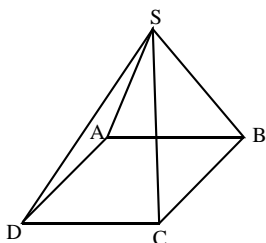


סרקו אותי לצפייה בפתרון

א. נתון מקום גיאומטרי המקיים:  $|z - \bar{z} + i| = |3z + \bar{z} - i|$ ,  $z = x + yi$ . מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגיאומטרי הנתון בנקודה שבה  $x = 0$ .

3.





ב. בפירמידה ישרה  $SABCD$  הבסיס הוא ריבוע, שאורך צלעו  $a$ , והזווית בין שני מקצועות צדדיים סמוכים היא  $\beta$  (ראה ציור). הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא  $\alpha$ .

$$(1) \text{ הראה כי } 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{2}$$

$$(2) \text{ נתון כי } \alpha = 100^\circ$$

הבע את שטח הפנים של הפירמידה באמצעות  $a$ .

הערה: אין קשר בין סעיף אי לסעיף ב'.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

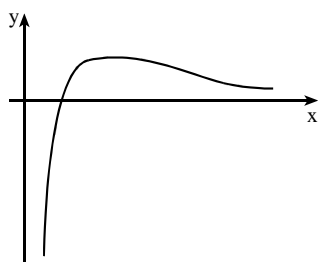
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. בשעה 8:00 היו 100 גרם של חומר רדיואקטיבי I ו-100 גרם של חומר רדיואקטיבי II. הכמות של כל אחד מהחומרים קטנה עם הזמן בצורה מעריכית. כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I ו-64 גרם של חומר II. כעבור כמה שעות (מהשעה 8:00) יהיה ההפרש בין הכמויות של שני החומרים שווה ל-25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה  $f(x) = 2^x$  את הנקודה הקרובה ביותר לישר  $y = x \cdot \ln 4$ .

הערה: אין קשר בין סעיף אי לסעיף ב'.

בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(ax)}{x}$ ,



ונתונה הפונקציה  $g(x) = -\frac{\ln(ax)}{x}$ ,  $a > 1$ .

מעבירים ישר דרך נקודות הקיצון

של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

השטח, המוגבל על ידי הישר,

על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר  $x = e$ , שווה ל- $\ln^2(2e) - 1$ .

מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת הפיתול של  $f(x)$

ודרך נקודת הפיתול של  $g(x)$ .

## תשובות למבחן בגרות מספר 3 – חורף תש"ע, 2010:

1. א.  $3x - 4y - 2 = 0$  . ב.  $(0; -3)$  .

3. א.  $y = 0$  . ב.  $3.4a^2 (2)$  .

4. א. 1.55 שעות. ב.  $(1; 2)$  .

5.  $x = 0.5e\sqrt{e}$  .



### הרשמו לאתר מייגבע וקבלו

**גם** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**וגם** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למגוון שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מספר 4

קיץ תש"ע, 2010, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נקודה E נמצאת על אליפסה שמשוואתה  $x^2 + 4y^2 = 36$ .

האליפסה חותכת את ציר ה-x בנקודה A ו-B.

א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגיאומטרי

של מפגשי התיכונים במשולש ABE.

ב. הנקודות  $(\sqrt{2}; y)$  נמצאות על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א'.

חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו-B, ונוצר מצולע.

מצא את שטח המצולע.

ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממעגל על ידי הכפלת שיעורי ה-y של כל

אחת מהנקודות על המעגל בקבוע, בלי לשנות את שיעורי ה-x שלהן.

(1) מהי משוואת המעגל?

(2) האם למעגל ולמקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א' יש נקודות

חיתוך? נמק.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון משולש ABC שווה-שוקיים וישר-זווית,  $\sphericalangle C = 90^\circ$ .

שניים מקדקודי המשולש הם:  $A(3, -2, 1)$ ,  $C(6, -2, -2)$ .

המישור  $\pi: 2x + y + 2z - 15 = 0$  מקביל למישור ABC.

א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדקוד B.

(2) נסמן את שתי האפשרויות לקדקוד B ב- $B_1$  ו- $B_2$ .

האם הקדקוד C נמצא על הישר  $B_1B_2$ ? נמק.

ב. נקודה D נמצאת במישור  $\pi$ .

מצא את נפח הפירמידה  $DAB_1B_2$ .

▶.3



א. (1) נתונות נקודות המקיימות  $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$ ,  $z = x + yi$ .

רשום באמצעות  $x$  ו- $y$  את משוואת המקום הגיאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רביע/רביעים נמצא המקום הגיאומטרי שאת משוואתו רשמת בתת-סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו רשמת, ומקיימות  $|z|^2 = 1.25$ .

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת-סעיף ב (1)? נמק.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

▶.4



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - ae^{-x}}{e^x + ae^{-x}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. מצא עבור  $a > 0$ , ועבור  $a < 0$  (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

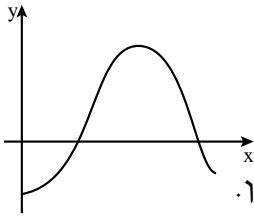
(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

השאר  $\ln$  בתשובותיך במידת הצורך.

ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$  נמצאת בחלק

השלילי של הציר. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור  $a > 0$ . (2) עבור  $a < 0$ .



נתונות הפונקציות :  $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$$g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

המוגדרות לכל  $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$ .

בציור מוצג הגרף של הפונקציה  $g(x)$  בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט

של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) נתון כי הישר  $y = k$  משיק לגרף של  $f(x)$  ולגרף של  $g(x)$  באותה

נקודה. ( $g'(x)$  שווה לאפס רק בנקודה אחת.)

העתק למחברתך את הגרף של  $g(x)$  ובאותה מערכת צירים שרטט

סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(3) פתור את המשוואה  $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$  . נמק.

ב. (1) באיזה תחום  $f'(x) > 0$ , ובאיזה תחום  $f'(x) < 0$ ?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = 2$  ו- $x = 4$ .

## מה הקטע של סימני ה-ליד כל שאילה?

לכל שאילה מחכה לכם סרטון הסבר מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA

02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הננסו כאתר MY.GEVA.CO.IL

**תשובות למבחן בגרות מספר 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א:**

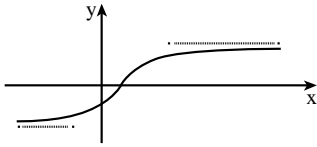
1. א.  $x^2 + 4y^2 = 4$  . ב.  $6\sqrt{2}$  . ג. (1)  $x^2 + y^2 = 36$  . (2) לא.

2. א. (5;2;-3) , (7;-6;-1) . (2) כן . ב. 18 .

3. א. (1)  $y = -\frac{1}{2x}$  . (2) רביע שני ורביע רביעי.

ב. (1)  $(\frac{1}{2}; -1)$  ,  $(-\frac{1}{2}; 1)$  ,  $(1; -\frac{1}{2})$  ,  $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$  . (2) מלבן.

4. א. עבור  $a > 0$ :



(1) תחום הגדרה: כל  $x$ ,

אסימפטוטות:  $y = -1$  ,  $y = 1$

(2) עלייה: כל  $x$ ; ירידה: אין.

(3)  $(0; \frac{1-a}{1+a})$  ,  $(\frac{1}{2} \ln a; 0)$

עבור  $a < 0$ :

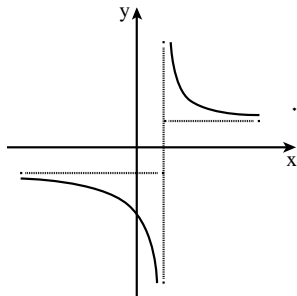
(1) תחום הגדרה:  $x \neq \frac{1}{2} \ln(-a)$ ,

אסימפטוטות:  $y = -1$  ,  $y = 1$  ,  $x = \frac{1}{2} \ln(-a)$

(2) עלייה: אין; ירידה:  $x > \frac{1}{2} \ln(-a)$

או  $x < \frac{1}{2} \ln(-a)$

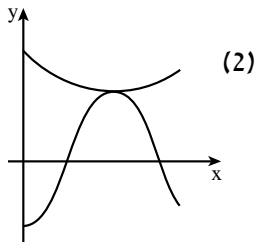
(3)  $(0; \frac{1-a}{1+a})$



5. א. (1) (0;2.63) מקסימום מוחלט;

(3;2) מינימום מוחלט.

(3)  $x = 3$



ב. (1)  $f'(x) > 0$  :  $3 < x < \frac{5\pi}{3}$  ;  $f'(x) < 0$  :  $0 < x < 3$  . (2)  $2 \log_3 10 - 4 = 0.192$



## מבחן בגרות מספר 5

קיץ תש"ע, 2010, מועד ב

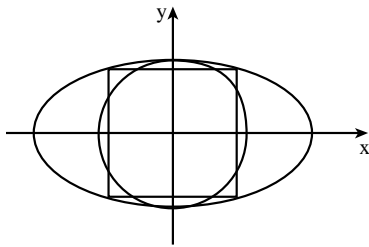
פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

נתונה המשוואה  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 4$ .

א. עבור אילו ערכים של  $a$  מייצגת המשוואה: (1) אליפסה? (2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.  
באליפסה חסומים:



עיגול הנוגע באליפסה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ , וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים (ראה ציור). היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח הריבוע החסום הוא  $\frac{4\pi}{9}$ . מצא את הערך של  $a^2$ .

הערה: אין קשר בין פתרון סעיף א' לפתרון סעיף ב'.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$S(1;1;8)$ ,  $C(-2;2;-1)$ ,  $B(4;-2;5)$ ,  $A(6;a;9)$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:  $\pi: \underline{x} = (2;-1;4) + t(4;-3;5) + s(2;-1;1)$ .

א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).

ב. המישור  $\pi$  חותך את הצירים בנקודות K, L, M.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה

OKLM (ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל

המישורים שעליהם מונחות פאות הפירמידה OKLM? נמק.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



- סדרת המספרים מרוכבים מקיימים לכל  $n$  טבעי:  $z_n = (\cos \alpha + i \sin \alpha)^n$ .
- א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $|z_2 - z_1|$ .
- ב. הראה כי הביטוי  $|z_{n+1} - z_n|$  אינו תלוי ב- $n$ .

3



### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

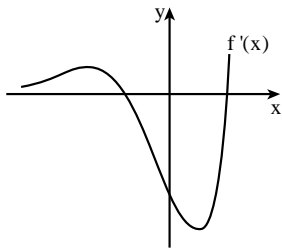
נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$ .  $a$  הוא פרמטר.

4



- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ב. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  יש לפונקציה  $f(x)$  שתי נקודות קיצון.
- ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- $x$ . המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .
- הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

- ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ז. לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = -5$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

- א. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_b ax$  בתחום  $1 \leq x \leq 2$ ,  $a > 0$ ,  $0 < b < 1$ . בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4, והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2. מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .

5



ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a\left(\frac{3x-x^2}{\tan x}\right)$

בתחום  $0 < a < 1, 0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

מצא את שיעורי  $x$  של נקודות הקיצון של  $f(x)$  בתחום הנתון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

הערה: אין קשר בין סעיף אי לסעיף בי'.



**תשובות למבחן בגרות מספר 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב:**

1. א.  $0 < a < 4$  (1)  $a \neq \sqrt{8}$  (2)  $a = \sqrt{8}$  . ב. 9.

2. א. 12 . ב. 8:1 . ג. כן.

3. א.  $\sqrt{2-2\cos\alpha}$ .

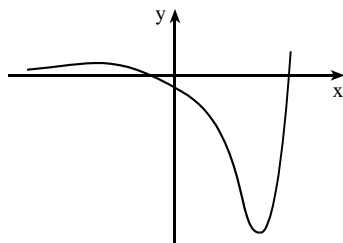
4. א. כל  $x$  . ב.  $a > -2$  . ג.  $a = 7$  . ד. 1.

ד. מינימום,  $\left(-3; \frac{8}{e^3}\right)$  מקסימום.

ה.  $(-1.83; 0)$ ,  $(3.83; 0)$ ,  $(0; -7)$ .

ז.  $7 + \frac{16}{e^3} - \frac{28}{e^5} = 7.6079$ .

5. א.  $a = \frac{1}{4}$ ,  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$  . ב.  $x = 1.5$  מינימום.



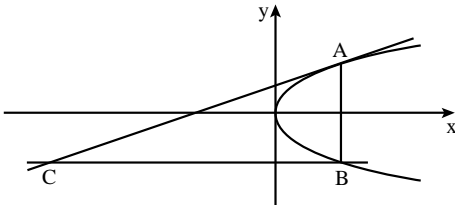


## מבחן בגרות מספר 6

חורף תשע"א, 2011

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. A ו-B נקודות כלשהן על הפרבולה  $y^2 = 2px$ ,  $p > 0$  כך שהמיתר AB מקביל לציר ה-y. ישר המשיק לפרבולה בנקודה A, חותך בנקודה C את הישר שעובר דרך הנקודה B ומקביל לציר ה-x (ראה ציור).

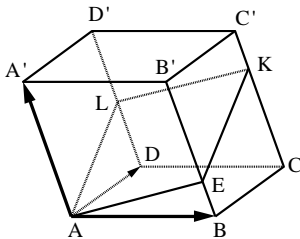
1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגיאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.

(2) שרטט סקיצה של המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת. ב. נתון כי שיעור ה-y של נקודה C, הנמצאת על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת, הוא  $y = -2p$ . חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA, ובין ציר ה-x.



2. נתון מקבילון ABCD A'B'C'D' (גוף שכל פאותיו הן מקביליות). נקודה L היא אמצע המקצוע DD'. נקודה E נמצאת על המקצוע BB' כך ש- $\frac{B'E}{EB} = 3$ .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL.

המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K (ראה ציור).

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{CK} = m\vec{CC'}$ .

א. מצא את הערך של m.

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא  $\underline{x} = (4; 5; 8) + t(1; -1; 2)$ ,

הנקודה (2; -1; 3) נמצאת במישור AEL, ושיעורי הקדקוד C'

הם (x; y; 0). מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

3.



$z_1, z_2, z_3$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.  $z_1$  ו- $z_2$  נמצאים ברביע הראשון, ו- $z_3$  נמצא ברביע השלישי. נסמן:  $z_1 = r_1(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ .

א. האם המנה  $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$  היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי ולא מדומה טהור? נמק.

נתון גם כי  $z_1$  ו- $z_3$  נמצאים על מעגל היחידה, ו- $\left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$ .

ב. חשב את הערך המוחלט של  $z_2$ .

ג.  $z_4$  הוא הצמוד של  $z_1$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות  $z_1, z_3, z_4$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



נתונות שלוש פונקציות I, II, III:

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) שרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- $x$ .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא בתחום  $1 < x < 2$ .

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).  
(2) ציין בין אילו ערכי  $x$  שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה III עם ציר ה- $x$ . נמק.

(3) לגרפים ששרטטת בתת-סעיף ב(1), הוסף בקו מרוסק (----) סקיצה של גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III ועל ידי הישרים  $x = 1.5$  ו- $x = 2.5$ .



נתונה הפונקציה  $f(x) = (1+x)e^{-x}$ .

א. הראה כי  $f'(x) = -xe^{-x}$ .

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הראה כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_{-1}^a f(x) dx < e$ .

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

(2) הסבר מדוע עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_{-1}^a f(x) dx > e - 2$ .

מורידים את האפליקציה MY.GEVA

⇓

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

⇓

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה

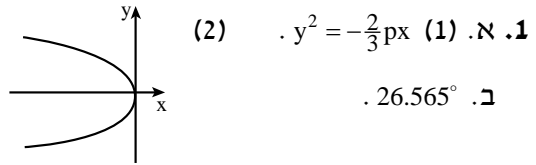

  
  


**איך  
משתמשים  
בחוברת?**



תשובות למבחן בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011:



2. א.  $m = \frac{3}{4}$  . ב.  $9\sqrt{6}$

3. א. מספר ממשי . ב.  $|z_2| = 3$  . ג.  $\sin 2\alpha$

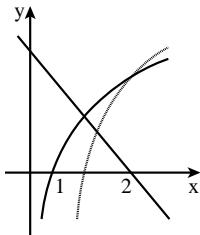
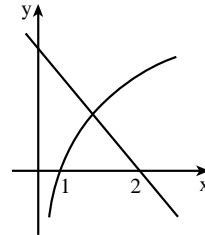
4. א. I : תחום הגדרה : כל  $x$  . אסימפטוטות : אין .

II : תחום הגדרה :  $x > 0$  . אסימפטוטות :  $x = 0$  .

III : תחום הגדרה :  $x > 0$  . אסימפטוטות :  $x = 0$  .

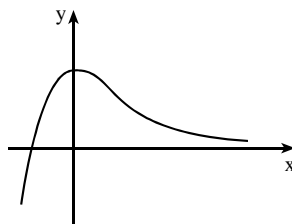
(2)  $1 < x < 2$

ב. (1)



ג. (1) עלייה :  $x > 0$  ; ירידה : אף  $x$  . (2) בין 1 ל-2 . (3)

ד.  $\frac{1}{2}$



5. ב. (0;1) מקסימום .

ג. (0;1) , (-1;0) .

ו. (1)  $e^{-2} = 0.718$



# מבחן בגרות מספר 7

## קיץ תשע"א, 2011, מועד א

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון משולש ABC ששטחו  $12\frac{1}{2}$ .

קדקודי המשולש B ו-C מונחים על הישר  $y = x + 1$ .

שיעורי הקדקוד A הם (3;12).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש.

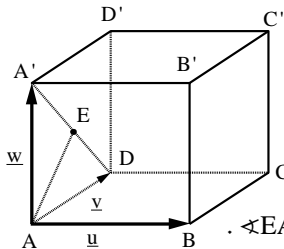
שיעור ה-y של P הוא  $5\frac{1}{2}$ .

א. מצא את השיעורים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.

ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות

(ולא את המשכיהן) בנקודות D ו-E. האורך של DE הוא  $\sqrt{8}$ .

מצא את משוואת הישר DE.



נתונה תיבה ABCDA'B'C'D'.

נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

נתון:  $|\underline{v}| = 1$ ,  $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$ .

נקודה F מקיימת  $\vec{BF} = t\vec{BC}$ , t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון A'D.

א. הראה כי לא קיים ערך של t שעבורו  $\angle EAF = 30^\circ$ .

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו  $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$ .

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של t שמצאת:

בתוך הקטע BC, באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC?

נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה ABB'A', מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEDF תלוי בערך של t?

אם כן – הסבר מדוע. אם לא – חשב את נפח הפירמידה.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

3. 

נתונה סדרה:  $i, i^2, i^3, \dots, i^n, \dots$ .



א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).

ב. (1) הראה כי סכום  $4n$  האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.

(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של  $n$  מספרים מרוכבים:  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ .

איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי  $n$  קדקודים של מצולע משוכלל בעל  $n$  צלעות החסום במעגל היחידה.

איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי  $z_1 = 1$ .

(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר  $z_n$  (הבע באמצעות  $n$ ).

(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי  $n$  הקדקודים של המצולע המשוכלל.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 

נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(1+e^{-x}) + \frac{1}{3}x$ .



א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב.  $M$  ו- $N$  הן נקודות על גרף הפונקציה  $f(x)$ , ששיעורי ה- $x$  שלהן שונים מאפס. שיעור ה- $x$  של  $M$  הוא  $x_0$ , ושיעור ה- $x$  של  $N$  הוא  $-x_0$ . הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x=0$ , שווה לשיפוע הקטע  $MN$ .

ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ד. (1) מצא עבור אילו ערכי  $x$  פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא שלילית.

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי שני הצירים.





נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + a)$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר, לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות שבהן  $y = 3 \ln 2$ .

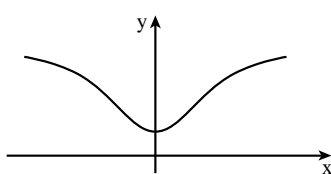
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצא את הערך של  $a$ .  
 ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של  $f(x)$ , ואת גודל השיפוע המינימלי של  $f(x)$ .

הצב  $a = 4$ , וענה על סעיף ד.

- ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות למבחן בגרות מספר 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א:

1. א.  $(7; 8)$ ,  $(4.5; 5.5)$ . ב.  $y = x - 1$ .  
 2. ב. (1)  $t = 1$ . (2) נקודה F נמצאת בקצה הקטע BC (מתלכדת עם הקדקוד C).  
 ג.  $BF:FC = 1:1$ . ד. אינו תלוי בערך של  $t$  ושווה ל- $\frac{1}{3}$ .  
 3. ב. (2)  $S_{19} = -1$ . ג. (1)  $z_n = \text{cis} \left[ \frac{360^\circ(n-1)}{n} \right]$ . (2)  $z^n = 1$ .  
 4. א. כל  $x$ . ג.  $y = -\frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{1}{3}$ . ד. (1)  $x < \ln 2$ . (2)  $-\ln 1 \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \ln 2 = 0.0566$ .  
 5. א. כל  $x$ . ב.  $a = 4$ . ג. שיפוע מקסימלי  $\frac{1}{2}$ , שיפוע מינימלי  $-\frac{1}{2}$ .



ד. (1)  $(0; \ln 4)$  מינימום. (3)

(2)  $\cup : -2 < x < 2$ .

$\cap : x < -2$  או  $x > 2$ .

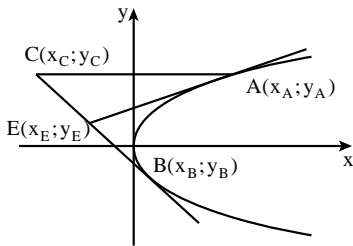


## מבחן בגרות מספר 8

### קיץ תשע"א, 2011, מועד ב

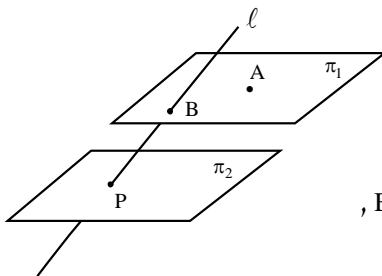
פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. נתונה הפרבולה  $y^2 = 2x$ .  
 ישר המשיק לפרבולה בנקודה A  
 נפגש בנקודה E עם הישר המשיק  
 לפרבולה בנקודה B  
 (A ברביע הראשון ו-B ברביע הרביעי).  
 דרך הנקודה A העבירו ישר החותך  
 את המשך EB בנקודה C,  
 כך ש-  $CE = EB$ , כמתואר בציור.  
 א. הראה כי  $y_E(y_A - y_B) = x_A - x_B$ .  
 ב. הראה כי CA מקביל לציר ה-x.

1.



נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1: 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2: 2x + y + 2z - 10 = 0$$

נתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא:

$$l: \underline{x} = (0; 10; 0) + t(0; 2; 1)$$

הישר  $l$  חותך את המישור  $\pi_1$  בנקודה B,

ואת המישור  $\pi_2$  הוא חותך בנקודה P.

הנקודה A  $(-5; 0; z)$  נמצאת במישור  $\pi_1$

(ראה ציור).

מהנקודות A ו-B העבירו אנכים למישור  $\pi_2$ ,

החותכים את המישור בנקודות D ו-C בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה PABCD (שבסיסה ABCD).

2.



- א. נתון מספר מרוכב  $z$  (שהוא לא ממשי) המקיים  $z + \frac{1}{z} = 2\cos\beta$ ,  $z \neq 0$ .
- (1) הבע באמצעות  $\beta$  את  $z$ . מצא את שני הפתרונות.
- (2) האם הביטוי  $z^n + \frac{1}{z^n}$  הוא מספר ממשי טהור או מספר מדומה טהור או מספר המורכב ממספר ממשי וממספר מדומה? נמק.
- ( $n$  הוא מספר טבעי.  $z$  הוא המספר הנתון.)

▶.3



- ב. נתון כי מספר מרוכב  $z$  נמצא ברביע הראשון מחוץ למעגל היחידה. שרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה, ומקם בשרטוט את המספר  $z$ , ואת:
- (1)  $\frac{1}{z}$ . נמק. (2)  $\frac{1}{\bar{z}}$ . נמק. (3)  $z + \bar{z}$ . נמק.

▶



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

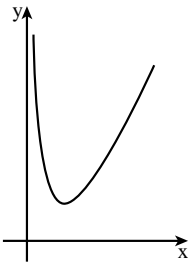
### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

- נתונה הפונקציה  $f(x) = 2^{x-3} - b$  המוגדרת לכל  $x$ .  $b$  הוא פרמטר גדול מ-1.
- א. (1) הבע באמצעות  $b$  את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- (2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (3) הבע באמצעות  $b$  את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת  $g(x) = |f(x)|$ .
- (1) הבע באמצעות  $b$  את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ג. הבע באמצעות  $b$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי הצירים ועל ידי הישר  $x = 3$ .

▶.4

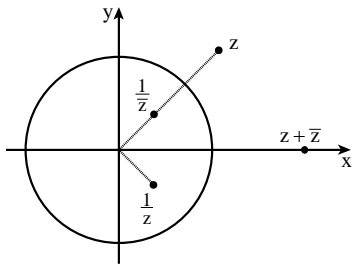




נתונה הפונקציה  $f(x) = (\ln x)^2 + x$ ,  $x > 0$  (ראה ציור),  
 ונתון הישר  $y = x - 4$ .  
 נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ ,  
 ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.  
 א. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB,  
 אם הקטע מקביל לציר ה-y.  
 ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB,  
 אם הקטע מאונך לישר הנתון.  
 ג. מבין כל הקטעים AB האפשריים,  
 מהו האורך המינימלי של הקטע AB? נמק.

**תשובות למבחן בגרות מספר 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב:**

2.  $129 \frac{17}{27}$



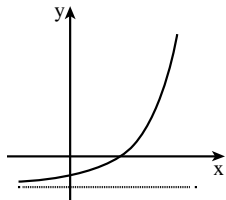
ב.

3. א.  $z_1 = \cos \beta + i \sin \beta = \text{cis} \beta$  (1)

$z_2 = \cos \beta - i \sin \beta = \text{cis}(-\beta)$

(2) ממשי טהור.

**הערה:**  $z + \bar{z}$  נמצא על הציר הממשי (בתוך המעגל, על המעגל או מחוץ לו).



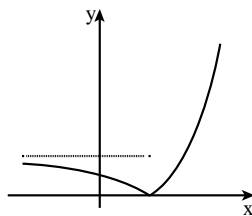
(4)

4. א. (1)  $y = -b$

(2) עלייה: כל x

ירידה: אף x

(3)  $(0; \frac{1}{8} - b)$ ,  $(3 + \log_2 b; 0)$



(2)

ב. (1)  $y = b$

ג.  $3b - \frac{7}{8 \ln 2} = 3b - 1.26$

5. א. 4 . ב.  $\sqrt{8}$  . ג.  $\sqrt{8}$

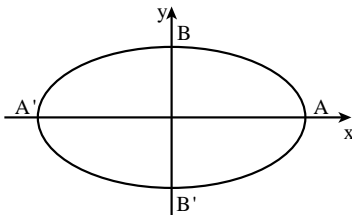


## מבחן בגרות מספר 9

### חורף תשע"ב, 2012

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  חותכת את ציר ה- $x$

בנקודות  $A$  ו- $A'$ , ואת ציר ה- $y$   
היא חותכת בנקודות  $B$  ו- $B'$ .

א. נתון כי הישר  $y = -\frac{5}{4}x$

מאונך לישר  $A'B$ , והמרחק

בין הנקודה  $B$  לאחד המוקדים

של האליפסה הוא 5. מצא את משוואת האליפסה.

ב.  $F_1$  ו- $F_2$  הם המוקדים של האליפסה.  $E$  היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש  $EF_1F_2$ .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- $x$ .

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות  $A$  ו- $A'$ ,

ומוקדיה הם  $F'_1$  ו- $F'_2$ .  $E'$  היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש- $E'E$

מקביל לציר ה- $y$ . הגובה לצלע  $F'_1F'_2$  במשולש  $E'F'_1F'_2$

גדול פי  $k$  ( $k > 1$ ) מהגובה לצלע  $F_1F_2$  במשולש  $EF_1F_2$ .

(1) הבע באמצעות  $k$  את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של  $k$  המוקדים  $F'_1$  ו- $F'_2$  יתלכדו לנקודה אחת

בראשית הצירים? נמק.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה  $ABCDT$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס  $ABCD$  היא:  $2x + 2y - z - 4 = 0$ .

הצגה פרמטרית של הישר  $TB$  היא:  $\underline{x} = (1; 2; -7) + t(3; 2; 1)$ .

א. מצא את השיעורים של הקדקוד  $B$ .

ב. אלכסוני המקבילית  $ABCD$  נפגשים בנקודה  $M$ . אחת מהנקודות

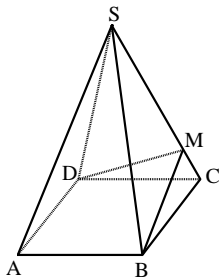
$M$  ו- $D$  נמצאת על ציר ה- $x$ , ואחת מהן נמצאת על ציר ה- $z$ .

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה- $x$ . נמק.

- ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD.  
האנך חותך את המישור בנקודה E.  
(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).  
(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD.

- א. z הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1. נתון:  $\left|1 + \frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$ . היא ראשית הצירים.  
מצא במשולש  $Oz\bar{z}$  : (1) את זוויות המשולש.  
(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

▶.3



- ב. נתונה פירמידה ישרה S-ABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע. M היא נקודה על המקצוע SC כך ש- $\angle DMB$  היא הזווית שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור). נתון:  $\angle DMB = 2\alpha$ , זווית הבסיס בפאה צדדית היא  $\beta$ .  
(1) מצא את הערך של המכפלה  $\sin\alpha \cdot \sin\beta$ .  
(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^\circ$ ? נמק.

▶



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

- ▶.4 נתון כי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ , המוגדרות לכל ערך של  $x$ , מקיימות:  $f'(x) = 2x - 3$ ,  $g'(x) = e^{f(x)} \left(x - \frac{3}{2}\right)$ .  
ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה-y בנקודה שבה  $y = -\frac{1}{4}$ .  
א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$  עם הצירים.  
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .  
(3) נתון גם:  $g''(x) < 0$  עבור  $x < 1.5$ ,  $g''(x) > 0$  עבור  $x > 1.5$ . שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ . נמק.  
ב. לישר  $y = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{4}} + 1$  ולפונקציה  $g(x)$  יש נקודה משותפת אחת בלבד. מצא את הפונקציה  $g(x)$ . נמק.

▶.4





משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדל עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות  $f(x) = N_0 \cdot a^x$  ו-  $g(x) = M_0 \cdot b^x$ , בהתאמה.

העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.

ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ.

ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$  ואת הפונקציה  $g(x)$ .

ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II.

ג. שרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

ובקו מרוסק (- - -) סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , החל מיום הנטיעה. ציין מספרים על הצירים.

ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה הגדול ביותר?

בתשובותיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

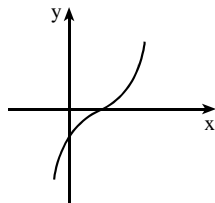
### תשובות למבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012:

1. א.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  . ב. 16 . ג.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16k^2} = 1$  (1) . ד.  $k = \frac{5}{4}$  (2)

2. א.  $(-2; 0; -8)$  . ב. נקודה D . ג.  $(1; 0; 2) + R(1; 0; 2) + (-2; 0; -8)$  (2) מתלכדים.

3. א.  $(1; 30^\circ, 30^\circ, 120^\circ)$  . ב.  $1, 1, \sqrt{3}$  . ג.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (1) . ד. לא (2)

4. א.  $(1; 0; \frac{1}{2})$ ,  $(0; -1\frac{1}{2}e^2)$  (1) . ב. (3)

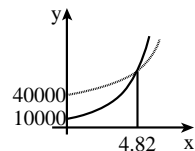


(2) עלייה: כל  $x$ ; ירידה: אין.

ב.  $g(x) = \frac{1}{2}e^{x^2-3x+2} + 1$

5. א.  $f(x) = 10000 \cdot 1.5^x$ ,  $g(x) = 40000 \cdot 1.125^x$  . ב. כעבור יותר מ-4.82 שנים.

ג. ד. כעבור 0.52 שנים.





## מבחן בגרות מספר 10

### קיץ תשע"ב, 2012, מועד א

#### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא  $y = x - 1$ ,  
 ומשוואת הצלע AC היא  $y = -x + 3$ .  
 הנקודה  $D(6;3)$  נמצאת על הצלע BC. נתון כי  $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$ .  
 א. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.  
 ב. הנקודה  $D(6;3)$  נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ .  
 ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר  
 דרך C כך ש-  $FD = FC$ . מצא את שטח המשולש FDC.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2. נתונים שני מישורים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$  המקבילים זה לזה.  
 המרחק בין שני המישורים הוא 2.  
 מישור  $\pi_1$  עובר דרך הנקודות  $A(2;0;3)$  ו-  $B(0;0;6)$ .  
 מישור  $\pi_2$  עובר דרך הנקודה  $C(-2;0;2)$ .  
 מצא את משוואת המישור  $\pi_1$  ואת משוואת המישור  $\pi_2$ .  
 (מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים).

2.



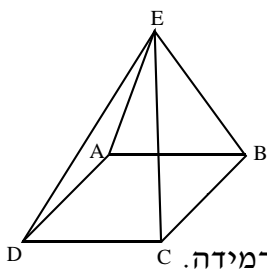
סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

3. א. נתונה המשוואה  $z^3 = w$ .  
 נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .  
 הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם  
 היא פתרון של המשוואה.

3.







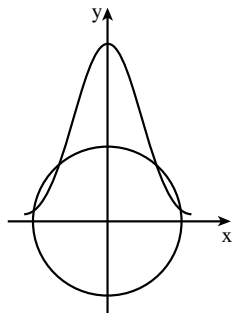
- ב. נתונה פירמידה ישרה ABCDE שבסיסה ריבוע (ראה ציור).  
 הזווית בין פאה צדדית בפירמידה לבסיס הפירמידה היא  $70^\circ$ .  
 (1) מצא את גודל זווית הראש בפאה צדדית.  
 (2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.  
 מצא את האורך של צלע הבסיס של הפירמידה.



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



4. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{-0.5x^2}$ .  
 מעגלים שמרכזם בראשית הצירים נפגשים עם גרף הפונקציה (ראה ציור).  
 מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה מצא את הרדיוס המינימלי.



5. נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{a}{(a^2 + 1)(ax + 1)}$  הוא פרמטר בפונקציה  $f(x)$ .



נתון כי הפונקציה  $F(a)$  בתחום  $a \geq 0$  מקיימת:  $F(a) = \int_0^a f(x) dx$ .

א. מצא את הפונקציה  $F(a)$ .

ב. בתחום  $a \geq 0$  מצא:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $F(a)$ ,

וקבע את סוגן.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $F(a)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $F(a)$  בתחום  $a \geq 0$ .

**תשובות למבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד א:**

1. א.  $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 16$  . ב. 36 .

2.  $3x + 6y + 2z - 12 = 0 : \pi_1$  ,  $3x + 6y + 2z + 2 = 0 : \pi_2$  ,

או  $3x - 6y + 2z - 12 = 0 : \pi_1$  ,  $3x - 6y + 2z + 2 = 0 : \pi_2$  .

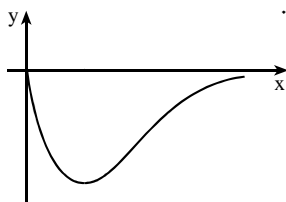
3. ב. (1)  $37.76^\circ$  . (2) 2.885 ס"מ .

4.  $\sqrt{5}$  .

5. א.  $F(a) = \frac{-\ln(a^2+1)}{a^2+1}$  .

ב. (1)  $(0;0)$  מקסימום,  $(\sqrt{e-1}; -\frac{1}{e})$  מינימום .

(2)  $(0;0)$  . ג .



**רוצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?**

הכי פשוט להיכנס  
 ל- MY.GEVA.CO.IL  
 ולצפות בפתרונות וידאו  
 מלאים לכל השאלות!





# מבחן בגרות מספר 11

## קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

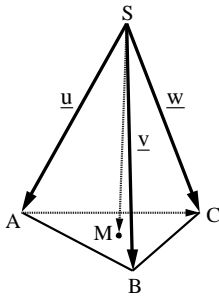
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

- במשולש ישר-זווית ABC נתון:  $C(4; -2)$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , משוואת היתר AB היא  $2x + y - 3 = 0$ .  
 שיעור ה-x של קדקוד A גדול משיעור ה-x של קדקוד B.  
 א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B, שעבורם ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.  
 ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר במשולש שבסעיף א'. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



נתונה פירמידה ישרה SABC.

נסמן:  $\vec{SA} = \underline{u}$ ,  $\vec{SB} = \underline{v}$ ,  $\vec{SC} = \underline{w}$ .

M היא נקודה במישור ABC

כך ש-  $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ .

נתון:  $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$ .

א. הוכח כי הווקטור  $\vec{SM}$  מאונך למישור ABC.

נתון גם:  $\underline{v} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -2\right)$ ,  $\underline{u} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -2\right)$ ,

$C(0, \sqrt{3}, 0)$ ,  $\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$ .

ב. מצא את משוואת המישור ABC.

ג. דרך קדקוד C העבירו מישור  $\pi$  המקביל למקצוע AB ויוצר זווית

של  $30^\circ$  עם המישור ABC.

מצא את משוואת המישור  $\pi$  (מצא את שני הפתרונות).

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

א.  $z_1$  ו- $z_2$  הם מספרים מרוכבים שונים מאפס.

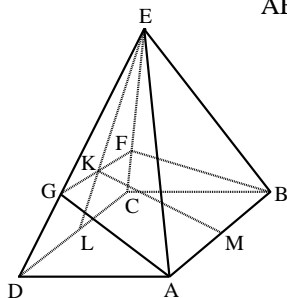
נתון כי  $\frac{z_1}{z_2}$  הוא מספר מדומה טהור.

הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה  $z_1$  וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך הנקודה  $z_2$  וראשית הצירים. (הנקודות  $z_1$  ו- $z_2$  מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים).

▶.3



ב. נתונה פירמידה ישרה EABCD שבסיסה ABCD



הוא ריבוע. F היא נקודה על המקצוע EC,

ו-G היא נקודה על המקצוע ED

כך שנוצר המישור GFBA.

EL, הגובה ל-DC בפאה EDC,

חותך את GF בנקודה K.

KM הוא אנך אמצעי ל-AB (ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה

לבסיס הפירמידה היא  $70^\circ$ .

הזווית בין המישור GFBA לבסיס הפירמידה היא  $40^\circ$ .

גובה הפירמידה הוא 2.75 ס"מ. מצא את האורך של הקטע KL.

▶



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$ ,  $a < 0$ .

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

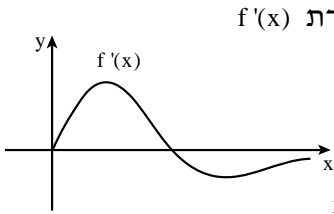
▶.4



~~ג. השווה את החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה, למאונך לציר ה-x, מסתובב סביב ציר ה-x.~~  
~~נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא  $\frac{8\pi}{3}$ . מצא את הערך של a.~~



נתונה הפונקציה  $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$  המוגדרת לכל  $x$ .  $a$  הוא פרמטר.  
 א. (1) האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.  
 (2) האם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $x \geq 0$ .

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  מקסימום מוחלט ומינימום מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$  היא נקודה שבה  $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$ .

ב. מצא את שיעורי ה- $x$  (ערכים מספריים) של המקסימום המוחלט ושל המינימום המוחלט של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $x \geq 0$ .

ג. שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בכל תחום ההגדרה שלה.

ד. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  הוא:

(1) הגדול ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

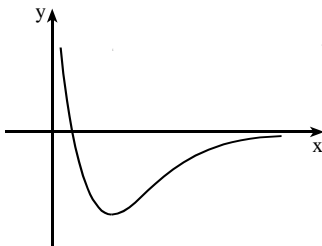
(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

**תשובות למבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב:**

1. א.  $A(4;-5)$ ,  $B(2.5;-2)$ . ב.  $A(3.1;-3.2)$ ,  $B(1.6;-0.2)$ .

2. א.  $z=0$ . ב.  $y + \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$  או  $y - \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$ .

3. א. 1.369 ס"מ.



4. א. (1)  $x > 0$ . (2)  $(1;0)$ . ב.

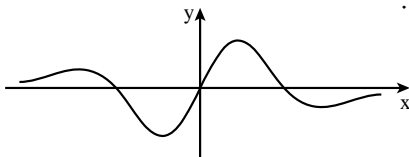
(3) עלייה:  $x > e^2$ ; ירידה:  $0 < x < e^2$ .

ג.  $a = -1$ .

5. א. (1) הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

(2) פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא אי-זוגית.

ב. מקסימום מוחלט:  $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$ . ג.



מינימום מוחלט:  $x = \sqrt{5}$ .

ד. (1)  $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$ . (2)  $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$ .

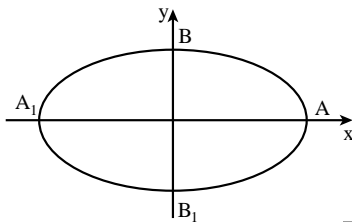


# מבחן בגרות מספר 12

## חורף תשע"ג, 2013

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

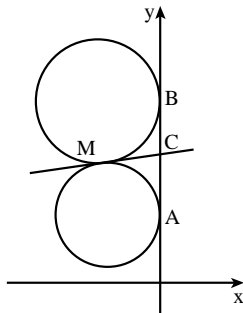
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתונה האליפסה  $a > b$ ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (ראה ציור).

$F_1$  ו- $F_2$  הם מוקדי האליפסה וקדקודיה הם  $A, A_1, B, B_1$ . נתון כי המוקד  $F_1$  הוא אמצע הקטע  $AF_2$ . דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל. נתון כי קוטר המעגל הוא  $\sqrt{17}$ . א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע. המרובע, הנמצא במישור  $[xy]$ , הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא  $S(0,3,4)$ . מצא את נפח הפירמידה.



שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני, משיקים לציר ה- $y$  בנקודות  $A(0;1)$  ו- $B(0;3)$ . המעגלים משיקים זה לזה בנקודה  $M$  (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $C$ . הראה כי  $MC = \frac{1}{2}AB$ .

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של

נקודות ההשקה  $M$  הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגיאומטרי

של הנקודות  $M$ , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדריך של הפרבולה  $y^2 = 2px$  משיק למקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב'. מצא את שיעורי הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

1.



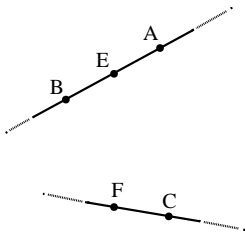
סרקו אותי לצפייה בפתרון

2.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

3.



נתונים שני ישרים מצטלבים.  
 קטע AB נמצא על אחד הישרים,  
 וקטע CF נמצא על הישר האחר.  
 נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן:  $\vec{EA} = \underline{w}$ ,  $\vec{FE} = \underline{v}$ ,  $\vec{CF} = \underline{u}$ .

נתון:  $\underline{v} \perp \underline{u}$ ,  $\underline{v} \perp \underline{w}$

$|\underline{u}| = \sqrt{7}$ ,  $|\underline{v}| = \sqrt{13}$ ,  $|\underline{w}| = \sqrt{5}$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים  $\underline{u}$  ו- $\underline{w}$  הוא  $\frac{\sqrt{35}}{10}$ .

א. מצא את גודל הזווית ABC.

נתון גם: A(0,2,3), B(2,6,3)

מישור  $\pi$  עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB.

ב. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .

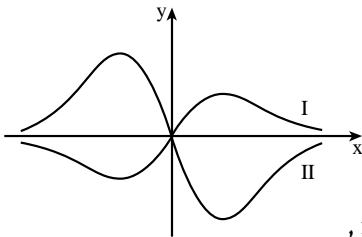
ג. היעזר בתשובתך לסעיף א' ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC

למישור  $\pi$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



נתונות הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת  $g'(x)$

מקיימות:  $g'(x) = -2f(x)$ .

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$ ,

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ . נמק.

ב. נתון גם:  $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$ ,  $g'(x) = -2xe^{-x^2}$ .

מצא עבור אילו ערכים של  $x$  הגרף של הפונקציה  $f(x)$

נמצא מעל הגרף של הפונקציה  $g(x)$ .

ג. הישר  $\ell_1$  עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$

ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

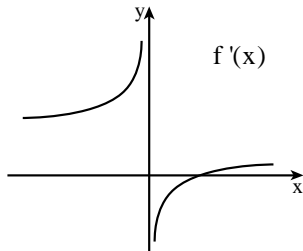
הישר  $\ell_2$  עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה  $f(x)$

ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

מצא את משוואת הישר  $\ell_1$ , ואת משוואת הישר  $\ell_2$ .

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר  $l_1$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , הוא  $S_1$ .  
 השטח, המוגבל על ידי הישר  $l_2$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , הוא  $S_2$ .  
 מהו היחס  $\frac{S_1}{S_2}$ ? נמק.

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x) = \frac{2\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[3]{x}}$ .  
 הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .



5.



א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ומצא:

(1) את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$

וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$

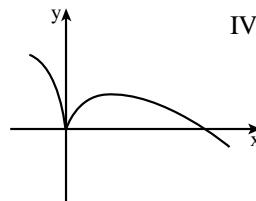
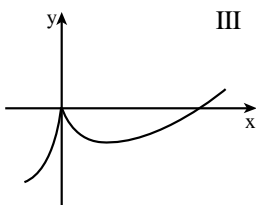
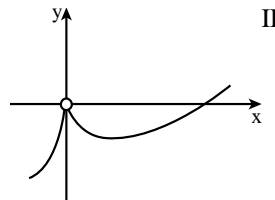
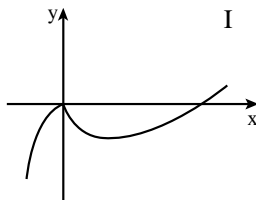
(אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר  $y = -1$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום

שלה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV.

איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.





## תשובות למבחן בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013:

1. א.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ . ב.  $8\sqrt{2}$ .
2. א.  $x^2 + (y-2)^2 = 1$ ,  $x < 0$ . ב. (1)  $x^2 + (y-2)^2 = 1$ ,  $x < 0$ . ב. (2) קשת המעגל  $x^2 + (y-2)^2 = 1$  ברביע השני.  
ג.  $(9;6)$ ,  $(9;-6)$ .
3. א.  $80.9^\circ$ . ב.  $x + 2y - 14 = 0$ . ג.  $9.1^\circ$ .
4. א. I הוא של  $f(x)$ , II הוא של  $g(x)$ . ב.  $x > 1$ . ג.  $l_1: x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ,  $l_2: x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . ד.  $\frac{S_1}{S_2} = 1$ .
5. א. (1) עלייה:  $x > 1$  או  $x < 0$ ; ירידה:  $0 < x < 1$ .  
(2)  $\cup$ :  $x > 0$  או  $x < 0$ ;  $\cap$ : אין. ב.  $(0;0)$ ,  $(3.375;0)$ . ג. גרף III.



### התשמו לאתר מייגבע וקבלו

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות  
**ונ** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים  
למגוון שאלות לפי נושאים.

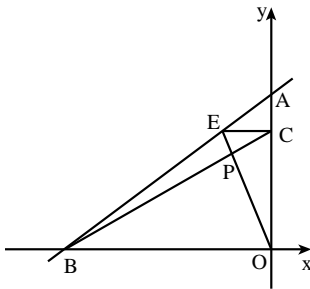


# מבחן בגרות מספר 13

## קיץ תשע"ג, 2013, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתונות הנקודות:  $A(0;6)$ ,  $B(-8;0)$ .

דרך הנקודה E שעל הקטע AB

מעבירים ישר המקביל לציר ה-x

(הנקודה E שונה מ-A ומ-B).

הישר חותך את ציר ה-y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

O – ראשית הצירים (ראה ציור).

א. הראה כי המקום הגיאומטרי

שעליו נמצאות הנקודות P

הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה  $P_0$  נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א',

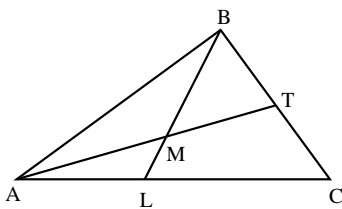
כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.

מצא את שטח המשולש  $AP_0O$ .

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M (ראה ציור).

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ .

$\vec{BM} = \beta \vec{BL}$ ,  $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$ .

א. נתון:  $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$ .

מצא את הערך של  $\alpha$  ואת הערך של  $\beta$ .

2.

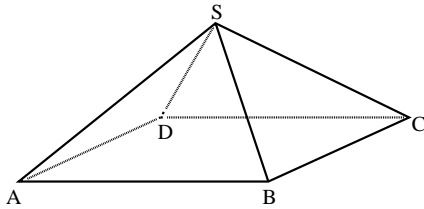


סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגיאומטרי שעליו מונחות הנקודות B, שעבורן במשולש ABC מתקיים:  $AT = \sqrt{50}$ ,  $A(1;0)$ ,  $\underline{v} = (7;7)$ .

על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א' ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).  
 (2) מצא את השיעורים של הנקודה L.  
 (3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.



א. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD

הוא מקבילית (ראה ציור).

נסמן  $\vec{SD} = \underline{v}$ ,  $\vec{SA} = \underline{w}$ ,  $\vec{SB} = \underline{u}$

(1) הבע באמצעות  $\underline{v}$ ,  $\underline{u}$  ו- $\underline{w}$

את הווקטור  $\vec{SC}$ .

(2) נתון גם:  $SC = SA$ ,  $SD = SB$

,  $|\underline{w}| = 2a$ ,  $|\underline{u}| = a$

.  $\angle ASB = \beta$ ,  $\angle ASD = \alpha$ ,  $\angle DSB = 90^\circ$

. הראה כי  $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$

3.



ב. z הוא מספר מרוכב.

(1) פתור את המשוואה  $|z|i + 2z = \sqrt{3}$ .

(2) הראה כי כאשר n הוא מספר טבעי, אז  $z^{6n}$  יכול לקבל רק שני ערכים.

3.



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

$$f'(x) = \frac{2 \ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$$

4.



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של  $f'(x)$ .  
 (2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של  $f'(x)$  היא  $x=0$ . מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (4) מצא את התחומים שבהם  $f'(x)$  היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.
- ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש גם אסימפטוטה אופקית,  $y=0$ . סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ג. הישר  $y=-4$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x > e$ .  
 (1) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.  
 (2) הסבר מדוע  $f(e^3) < -4$ .  
 (3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $e^2 \leq x \leq e^3$ , שווה ל-0.5.  
 מצא את הערך של  $f(e^3)$ .

$$0 < a < 1, f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$$

5.



- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.  
 ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. ידוע שפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא פונקציה זוגית. העבירו ישר  $\ell$  המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x=1$ , והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחרת,  $T$ . שני המשיקים מקבילים זה לזה. ( $T$  היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה  $f(x)$  שבה המשיק מקביל ל- $\ell$ ).  
 הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה  $T$ . נמק.

**תשובות למבחן בגרות מספר 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א:**

1. א. המקום הגיאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P נמצא

על הקו הישר  $y = 1\frac{1}{2}x + 6$ .

ב. 8 יח"ר.

2. א.  $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = 0.7$ . ב.  $(x+6)^2 + (y+7)^2 = 200$  (1) . (2)  $(4;3)$  . (3)  $(4;-17)$ .

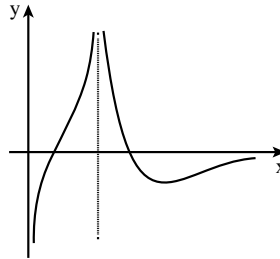
3. א. (1)  $\vec{SC} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ . ב. (1)  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ .

(2) הוכחה, שני הערכים האפשריים הם 1 ו-1.

4. א. (1)  $x \neq e$ ,  $x > 0$  (2)  $x = e$  (3)  $(e^2; 0)$ ,  $(1; 0)$ .

(4) חיובית:  $e < x < e^2$  או  $1 < x < e$ ; שלילית:  $x > e^2$  או  $0 < x < 1$ .

ב.



ג. (1)  $(e^2; -4)$  (3) -4.5.

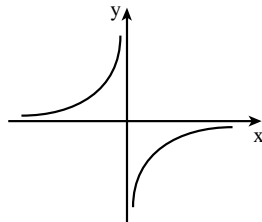
ד.

5. א.  $x \neq 0$ .

ג. עלייה:  $x > 0$  או  $x < 0$ ;

ירידה: אין.

ה.  $\left(-1; \frac{a^2}{1-a^2}\right)$ .





## מבחן בגרות מספר 14

קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. נתונות הנקודות  $A(-a;0)$  ו-  $B(a;0)$ ,  $a > 0$ .  
 המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה  $A$  גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה  $B$  זהה למקום הגיאומטרי של מספרים מרוכבים  $z$  המקיימים  $|z+b|=4$  ו-  $a$  ו-  $b$  הם פרמטרים ממשיים.  
 א. מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .  
 ב. מלבן  $TNEF$ , שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגיאומטרי המתואר בפתח. שיעורי ה-  $y$  של הקדקודים  $E$  ו-  $F$  קטנים מ- 0.  
 המספר המרוכב  $z=2+iy$  מייצג את הקדקוד  $T$  של המלבן.  
 הנקודה  $C$  נמצאת על ציר ה-  $x$  כך ש-  $\vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16$ .  
 מצא את השיעורים של הנקודה  $C$ .

1.



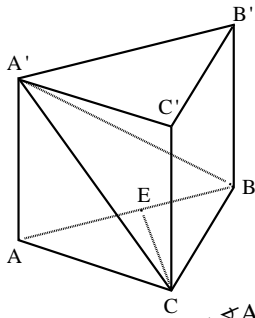
סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2. הישר  $l$  עובר דרך הנקודות  $A(0;0;1)$  ו-  $B(1;1;0)$ .  
 הישר מאונך למישור  $\pi_1$ , וחותך את המישור בנקודה  $D$ .  
 המישור  $\pi_1$  עובר דרך ראשית הצירים  $O$ .  
 א. מצא את שטח המשולש  $OAD$ .  
 ב. (1) המישור  $\pi_2$  מכיל את ציר ה-  $x$  ומקביל לישר  $l$ .  
 מצא את הזווית בין הישר  $l$  ובין ישר החיתוך שבין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .  
 (2) מצא את המרחק של הישר  $l$  מישר החיתוך שבין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



נתונה מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$  שבסיסה משולש שווה-צלעות. הנקודה E נמצאת על המקצוע AB כך ש-  $AE = kAB$  ( $0 < k < 1$ ).  
 א. נתון כי הזווית בין המישור  $A'EC$  למישור ABC היא הזווית  $A'EA$ . מצא את הערך של k.

3.



נתון:  $AC = 2$ ,  $\angle A'EA = 45^\circ$ .  
 הזווית בין המישור  $A'EC$  למישור ABC היא  $A'EA$ .  
 ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור  $A'BC$ .

נקודה F נמצאת על המישור  $A'BC$  (לאו דווקא על BC) כך ש-  $\vec{AF} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$ , ומתקיים:  
 ג. סמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{u}$ ,  $\vec{AB} = \underline{v}$ , והוכח כי  $t = m$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונות הפונקציות:  $f(x) = e^{-ax}$ ,  $g(x) = e^{ax}$ ,  $a > 0$ .  
 (1) סמן ב'X' את השטח הכלוא בין הגרפים  $f(x)$  ו- $g(x)$  עבור  $x = \frac{1}{a}$  ואת השטח הכלוא בין הישר  $x = \frac{1}{a}$  והישר  $x = 1$ .  
 (2) השטחים שסימנת בת-סעיף (1) מסתווים סביב ישר ה- $x$ . הבע כפונקציה של  $a$  את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר,  $V(a)$ .  
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $V(a)$ .

4.



ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע. כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים. כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב- 25% מסכום הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$ ,  $k$  הוא פרמטר שונה מ-0.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של  $k$  לפונקציה  $f(x)$  יש מקסימום.

- נתון כי בתחום  $x > 1$  הפונקציה  $f(x)$  מקבלת את כל הערכים  $y \leq -2$  ורק אותם.  
 (2) מצא את הערך של  $k$ .  
 (3) נתון גם כי הישר  $x = 1$  הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בכל תחום הגדרתה.  
 ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $x > 1$ , מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

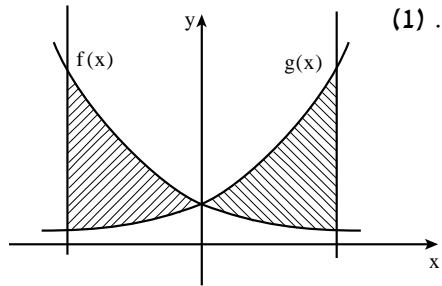
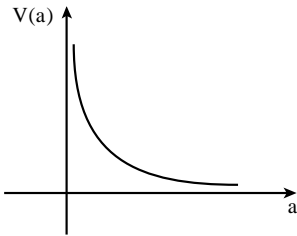
**תשובות למבחן בגרות מספר 14 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב:**

1. א.  $a = 3, b = -5$ . ב.  $C(5; 0)$ .

2. א.  $\frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{\sqrt{18}}$ . ב. (1)  $90^\circ$ . (2)  $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

3. א.  $k = \frac{1}{2}$ . ב.  $30^\circ$ .

4. א. (1) (3)



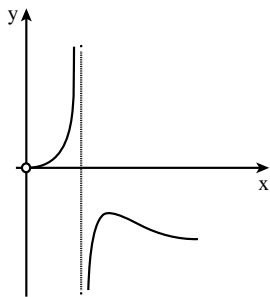
$$V(a) = \pi \cdot \frac{e^2 + e^{-2} - 2}{a} \quad (2)$$

ב. 23 שנים.

5. א.  $0 < x < 1$  או  $x > 1$ .

(3) ב.  $k < 0$  (1)  $k = -\frac{2}{e}$  (2)

ג.  $(e^2; -e)$







# מבחן בגרות מספר 15

## חורף תשע"ד, 2014

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. הנקודות  $C(x_1; y_1)$  ו-  $D(x_2; y_2)$  נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה  $y^2 = 4x$ .

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא  $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$ .

(2) הנקודה  $(x; 3)$  היא אמצע המיתר CD. מצא את  $m$ .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר  $x = a$  שווה למרחקה מהנקודה  $(1; 0)$ .

מרחק הנקודה C מהישר  $x = 2a$  הוא 6. (1) מהו הערך של  $a$ ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD.

1.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

2. נתונים הווקטורים:  $\vec{AD} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{w}$  (ראה ציור). נתון:  $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$ ,  $\angle DAB = 90^\circ$ ,  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$ .

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  נמצאים במישור אחד? נמק.

נתון גם כי הווקטור  $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$  מאונך למישור ABC, ו-  $a$  ו-  $b$  הם פרמטרים (ראה ציור).

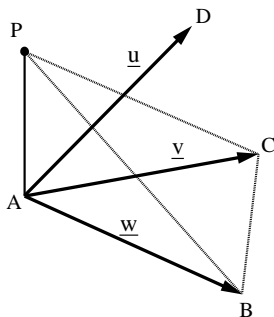
ב. מצא את האורך של  $\vec{AP}$  (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC.

2.



סרקו אותי לצפייה בפתרון



3.



- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  מקיים:  $|z-12-5i|=7$ .
- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w = x + iy$  מקיים:  $\arg(w) = 45^\circ$ . ( $\arg(w)$  היא הזווית בהצגה הקוטבית של  $w$ ).
- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w$  חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  בנקודות B ו-C.
- א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.
- ב. הנקודות B ו-C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים  $z_1$  ו- $z_2$  בהתאמה.
- מצא את  $\arg(z_2 \cdot z_1)$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



- נתונה הפונקציה  $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$ .
- א. מצא:
- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $y = 2 \cdot f'(x)$  והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה  $y = f(x^2)$ ,  $x > 0$ .
- ג. הפונקציות  $y = f(x^2)$  ו- $y = 2 \cdot f'(x)$  נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).
- השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר  $x = a$ ,  $a > 1$ , שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$ .
- מצא את הערך של  $a$ . תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.

5.



- א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים.
- בתאריך 1.1.2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב-0.2%.
- המשכורת החודשית של רן בתאריך 1.1.2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב-1.2%.
- רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית.
- כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1.1.2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

- ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$ . הפרמטר  $n$  הוא מספר טבעי וזוגי.  
 (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) קבע אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית. נמק.  
 (3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  במקביל לציר ה- $x$ , ומצא את משוואתו.



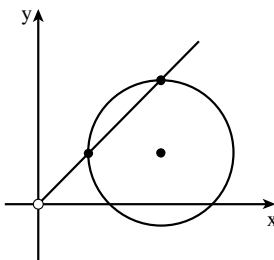
הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

### תשובות למבחן בגרות מספר 15 – חורף תשע"ד, 2014:

1. א. (2)  $m = \frac{2}{3}$ . ב. (1)  $a = -1$ . (2)  $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$ .

2. א. לא ייתכן. ב.  $2\sqrt{6}$ . ג.  $70.53^\circ$ .

3. א.



ב.  $\arg(z_2 \cdot z_1) = 90^\circ$ .

4. א. (1)  $x \geq 0$ . (2) עלייה:  $x > 1$ ; ירידה:  $0 < x < 1$ .

ב. מינימום.  $(1; 2e)$ .

ג.  $a = 1 + \ln 3$ .

5. א. 21 חודשים.

ב. (1)  $x \neq 0$ . (2) הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

(3) משוואת המשיק היא  $y = -\frac{1}{e}$ .



# מבחן בגרות מספר 16

## קיץ תשע"ד, 2014, מועד א

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

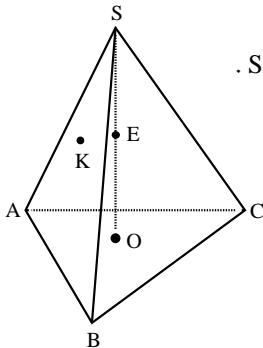
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן מהישר  $-5x+12y+13=0$ , הוא 3.  
 ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?  
 ג. האם ציר ה- $y$  יכול להשיק בנקודה  $(0;0)$  לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



2. נתונה פירמידה ישרה  $SABC$ , שבסיסה  $ABC$  הוא משולש שווה-צלעות. גובה הפירמידה הוא  $SO$ . נקודה  $E$  היא אמצע  $SO$  (ראה ציור).

נקודה  $F$  מקיימת  $\vec{SF} = t\vec{SC}$ .

נסמן:  $\vec{OS} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

נקודה  $K$  מקיימת:  $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$ .

מצא את הערך של  $t$ , אם ידוע שהנקודות  $F$ ,  $K$  ו- $E$  נמצאות על ישר אחד.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

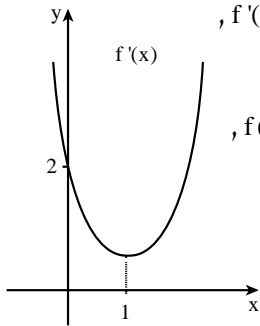
3. א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  המקיימים:  $|z+3-\sqrt{3}i| = \sqrt{3}$ . נמק.  
 ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה- $x$  בנקודה  $z_1$ . נתונה הנקודה  $M(-3;\sqrt{3})$ . נסמן ב- $O$  את ראשית הצירים. המספר המרוכב  $z_2$  נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א כך שהמרובע  $z_1Mz_2O$  הוא דלתון. מצא את הזווית החדה של הדלתון.  
 ג. (1) מצא את הארגומנט של  $z_2$ .  
 (2) מבין המספרים המרוכבים  $z$  שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר? מהו ארגומנט זה?

3.



## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .  
א. על פי הגרף של  $f'(x)$  מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ . נמק.

4.



נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתון גם:  $f(x) = (x-a)e^{0.5x^2-x}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של  $f'(x)$ ,

וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$ ,  $c$  הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה  $x = -2$ .

א. (1) מצא את ערך הפרמטר  $c$ .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה  $g(x) = -|f(x)|$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$

שני פתרונות בלבד?

5.

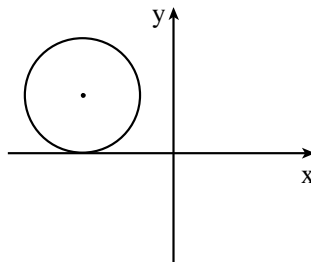


**תשובות למבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד א:**

1. א.  $-5x+12y-26=0$ ,  $-5x+12y+52=0$ . ב.  $-5x+12y+13=0$ . ג. לא.

2.  $t = \frac{1}{3}$ .

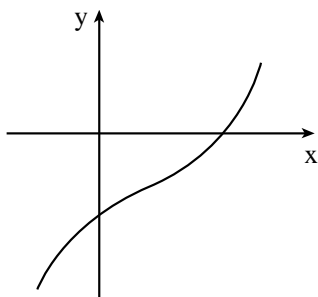
3. א.



ב.  $60^\circ$ . ג.  $120^\circ$ . (2) המספר המרוכב הוא  $z = -3$  (הנקודה המתאימה

היא  $(-3;0)$ ). הארגומנט הוא  $180^\circ$ .

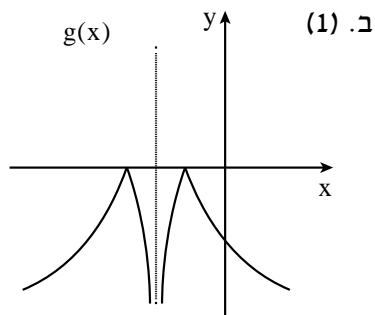
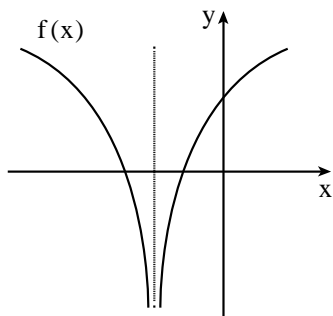
4. א.  $x > 1$ ;  $x < 1$ . ב.



ג.  $1 - e^{-0.5} = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}} = 0.393$ .

5. א. (1)  $c = 4$ . (2)  $x \neq -2$ . (3) עלייה:  $x > -2$ ; ירידה:  $x < -2$ .

(4)  $(0;1)$ ,  $(-1;0)$ ,  $(-3;0)$ . (5)



(2)  $k = 0$ .

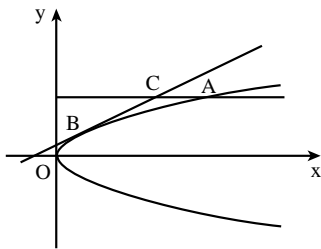


# מבחן בגרות מספר 17

## קיצ תשע"ד, 2014, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נקודה A נמצאת ברביע הראשון

על הפרבולה שמשוואתה  $y^2 = 3x$ .

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B

מקביל למיתר OA (ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל

לציר ה-x. הישר חותך את המשיק

בנקודה C (ראה ציור).

נסמן:  $x_C$  – שיעור ה-x של הנקודה C.

$x_A$  – שיעור ה-x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 4x$ ,

וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

א. הבע באמצעות  $x_C$  את  $x_A$ .

ב. הבע באמצעות  $x_C$  את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

נסמן:  $\vec{AD} = t\vec{AB}$ ,  $\vec{CB} = \underline{v}$ ,  $\vec{CA} = \underline{u}$ .

נתון:  $|\vec{CB}| = 2$ ,  $|\vec{CA}| = 1$ ,  $\cos \angle ACB = \frac{3}{4}$ .

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך

של t שחישבת בסעיף א'.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

נתון גם:  $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$ . נסמן:  $\vec{CD} = \underline{h}$ .

הבע את  $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$  ו- $\underline{h}$  בלבד.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

3. ▶



- א. פתור את המשוואה  $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.  
 ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א' נמצאים על המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w$  השונים מ-0 ומקיימים:  $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$ ? נמק.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

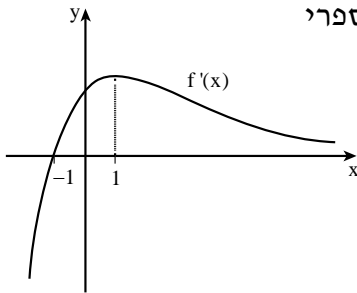
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. ▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

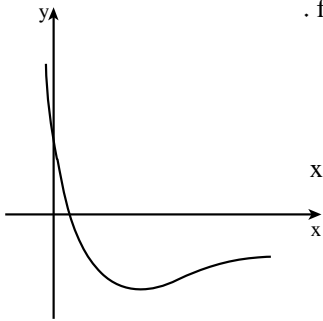


- היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:  
 (1) ערך מספרי עבור שיעור ה- $x$  וערך מספרי עבור שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.  
 (2) ערך מספרי עבור שיעור ה- $x$  וערך מספרי עבור שיעור ה- $y$  של נקודת הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .





נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3-9\ln(3x+1)}{3x+1}$  (ראה ציור).



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{e-1}{3}$

ו- $x = a$ , הוא 3.5. נתון כי  $a > \frac{e-1}{3}$ .

היעזר בנגזרת של  $y = \ln^2(3x+1)$ ,

ומצא את  $a$ .

ג. לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה  $x = \frac{e^{3/4}-1}{3}$ .

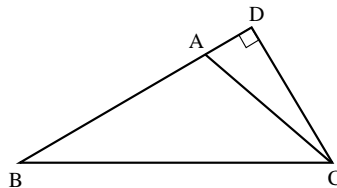
מצא עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה  $f(x)$  שלילית

וגם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  שלילית.

### תשובות למבחן בגרות מספר 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב:

1. א.  $x_A = \frac{4}{3}x_C$ . ב.  $\frac{3\sqrt{x_C}}{2x_C} = \frac{1.5}{\sqrt{x_C}}$ . ג.  $C(2.25;3)$ .

2. א.  $t = -\frac{1}{4}$ . ב.  $\vec{AE} = \frac{7}{8}\underline{u} - \frac{3}{2}\underline{h}$ . ג.



3. א.  $-2$ ,  $-0.2-0.6i$ ,  $0$ ,  $-0.2+0.6i$ . ב. כן.

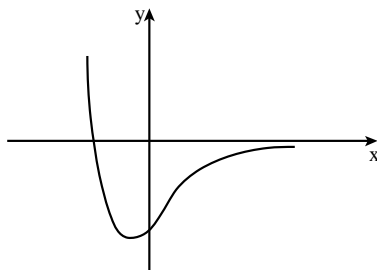
4. א. (1) כל  $x$ . ג.

(2)  $(-3;0)$ ,  $(0;-6)$ .

ב. (1)  $(-1;-4\sqrt{e})$  מינימום.

(2)  $(1; \frac{-8}{\sqrt{e}})$ .

(3)  $x > 1 : \cap$ ;  $x < 1 : \cup$ .



5. א.  $x > -\frac{1}{3}$ . ב.  $(\frac{e^{1/3}-1}{3}; 0)$  (1). ג.  $a = \frac{e^2-1}{3}$  (2).  $\frac{e^{1/3}-1}{3} < x < \frac{e^{4/3}-1}{3}$ .



# מבחן בגרות מספר 18

## קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. נתונה המשוואה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  המשוואה מייצגת אליפסה.

ב. מצא את השווואתה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$  חותכת את הקרן השלילית

של ציר ה- $y$  בנקודה  $A$ .

ג.  $F_1$  הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- $F_2$  הוא המוקד השמאלי.

הישר  $AF_1$  יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה- $x$  זווית של  $26.566^\circ$ .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים

שווים מהמוקד  $F_1$  ומן הישר שעובר דרך המוקד  $F_2$  ומקביל לציר ה- $y$ .

נמק.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2. בפירמידה משולשת ABCD

AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC,

ו-CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD.

הישרים AF ו-CH נפגשים בנקודה P

(ראה ציור).

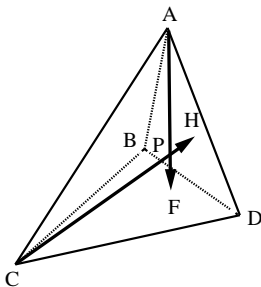
א. (1) הסבר מדוע  $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$ .

(2) הוכח כי  $\vec{AC} \perp \vec{BD}$ .

ב. הוכח כי  $\vec{AH} \perp \vec{BD}$ .

ג. סמן  $\vec{BA} = \underline{w}$ ,  $\vec{BC} = \underline{v}$ ,  $\vec{BD} = \underline{u}$ .

הוכח כי אם  $AB = BC$ , אז  $\angle CBD = \angle ABD$ .



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

3.▶



נתון המספר המרוכב  $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ,  
 ונתון מספר מרוכב  $w$  שהערך המוחלט שלו הוא  $r$  ( $r > 0$ ).  
 $z$  ו- $w$  נמצאים ברביע הראשון.

המספר  $z$  מקיים  $z = \frac{w}{\bar{w}}$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $r$  את המספר  $w$ , את הצמוד שלו  $\bar{w}$ ,  
 ואת ההפכי שלו  $\frac{1}{w}$ .

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה  
 של מספר  $w$  ושל ההפכי שלו  $\frac{1}{w}$  עבור  $r > 1$ .

ג. נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה  $a_1 = \frac{1}{w}$ ,  $a_2 = z$ .  
 הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $r$  את  $a_5$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$  (ראה ציור).  
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 1$ .  
 הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.

(1) מצא את משוואת המשיק.

(2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה,

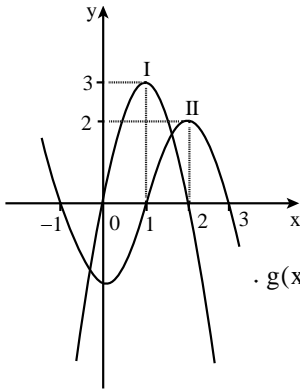
והוסף לגרף סרטוט של המשיק.

~~(3) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה~~

~~ועל ידי המשיק המתחיל בנקודה  $x = 1$ .~~

~~מצא את נפח הסיבוב שנוצר.~~





בציור שלפניך מוצגים שני גרפים I ו-II, של פונקציות המוגדרות בתחום  $-1.1 \leq x \leq 3.1$ .

אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$  והאחר הוא של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו-II הוא של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מה הן האסימפטוטות של  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של  $g(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , אם נתון כי הישר  $y=1$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשלוש נקודות.

## מה הקטע של סימני ה-ליד נכל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA

02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL

**תשובות למבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג:**

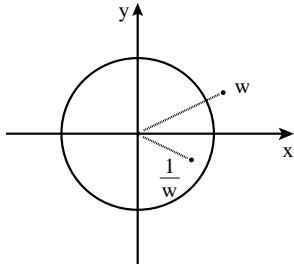
1. א.  $a > 4$  . ב.  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$  . ג.  $y^2 = 16x$  .

2. א. (1)  $AF$  מאונך למישור הפאה  $BDC$ , לכן  $\vec{AP}$  מאונך למישור  $BDC$ ,

ומכאן ש-  $\vec{AP}$  מאונך ל-  $\vec{BD}$  הנמצא במישור הפאה  $BDC$ .

נקבל שמכפלתם הסקלרית שווה ל-0, כלומר  $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$ .

3. א.  $w = r \operatorname{cis} \frac{\alpha}{2}$ ,  $\bar{w} = r \operatorname{cis}(-\frac{\alpha}{2})$ ,  $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\frac{\alpha}{2})$  . ב.



ג.  $a_5 = r^3 \operatorname{cis}(5\frac{1}{2}\alpha)$  .

4. א.  $x \geq \frac{1}{2}$  .

ג. (1)  $y = 2x - 1$  .

(3)  $\pi \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{e}} \right) = 0.09446$  .

(2)



5. א. גרף  $\Pi$  הוא של  $f(x)$  .

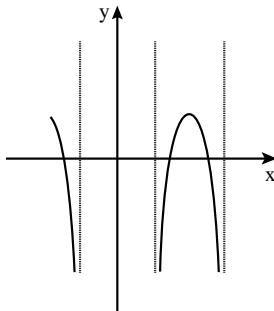
(5) ב. (1)  $1 < x < 3$  או  $-1.1 \leq x < -1$  .

(2)  $x = -1, x = 1, x = 3$  .

(3) מקסימום:  $(2; \ln 2)$  .

(4) עלייה:  $1 < x < 2$  ;

ירידה:  $2 < x < 3$  או  $-1.1 < x < -1$  .



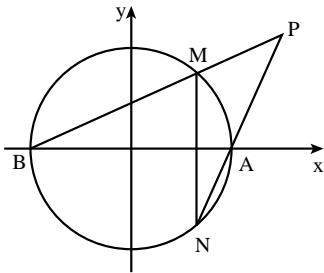


# מבחן בגרות מספר 19

## חורף תשע"ה, 2015

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 = 25$ .

המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-B.

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- $x$ .

A. הישרים MB ו-NA נפגשים

בנקודה  $P(x; y)$ , כמתואר בציור

(MN אינו מונח על ציר ה- $y$ ).

(1) נסמן:  $M(x_0; y_0)$ .

הבע באמצעות  $x_0$  ו- $y_0$  את משוואת הישר MB,

ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות  $P(x; y)$ , הנוצרות באופן

שתואר, מקיים את המשוואה:  $y^2 = x^2 - 25$ .

B. אם המיתר MN מונח על ציר ה- $y$ , מצא את רדיוס המעגל החסום

במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

נתון משולש שקדקודיו הם:  $A(-10, 3, 11)$ ,  $B(-2, -5, -5)$ ,  $C(1, 1, 1)$ .

גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

A. מצא את השיעורים של הנקודה D.

B. נתונה הנקודה  $E(-1, 5, -2)$ .

מהי הזווית בין הישר CE:

(1) לישר AB?

(2) לישר BC?

(3) למישור ABC?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC. נמק.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



- א. פתור את המשוואה:  $|z| + 2z = \sqrt{3}$ .  
 z הוא מספר מרוכב.  
 ב. המספר המרוכב  $z_1$  הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.  
 $z_1$  הוא קדקוד הראש של משולש שווה-שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.  
 $z_2$  ו- $z_3$  הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.  
 נתון:  $z_2 = 1$ . המספר המרוכב w מקיים:  $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ .  
 חשב את הסכום  $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$ .  
 n הוא מספר טבעי.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2^{x-m} + 2^{m-x}}$ ,  
 ונתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$   
 $g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$   
 m הוא פרמטר.  
 ידוע כי הפונקציה  $g(x)$  עולה לכל x.  
 מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הצירים (מצא ערך מספרי).



- נתונה פונקציית הנגזרת:  $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$ .  
 א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , וקבע את סוגה.  
 ג. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.  
 לפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  יש אותו תחום הגדרה.  
 ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$ .  
 היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:  
 (1) את תחום ההגדרה של  $g(x)$ .  
 (2) את השיעורים של נקודת הקיצון של  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

**תשובות למבחן בגרות מספר 19 – חורף תשע"ה, 2015:**

1. א. (1) MB :  $y = \frac{y_0}{x_0+5}x + \frac{5y_0}{x_0+5}$  , NA :  $y = \frac{y_0}{5-x_0}x - \frac{5y_0}{5-x_0}$

ב.  $2.5\sqrt{2} = \sqrt{12.5}$

2. א.  $D(-4.5; -2.5; 0)$  . ב.  $90^\circ$  (1) .  $90^\circ$  (2) .  $90^\circ$  (3) . ג.  $39.23^\circ$

3. א.  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  . ב. הסכום הוא אפס.

4.  $3\frac{1}{16}$

5. א.  $x < 0$  . ב.  $(-\frac{1}{e}; -e)$  מינימום . ג.  $x = -\frac{1}{e^2}$  , מינימום.

ד. (1)  $x < 0$  ,  $x \neq -\frac{1}{e^2}$  (2)  $(-\frac{1}{e}; \frac{1}{e})$  מינימום.

מורידים את האפליקציה MY.GEVA

⇓

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

⇓

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה





**איד  
משתמשים  
בחוברת?**







## מבחן בגרות מספר 20

### קיץ תשע"ה, 2015, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פרבולה המקיימת:  $y^2 = 2px$ ,  $p > 0$ .  
נקודה  $D$  נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה- $x$ .  
א. הבע באמצעות  $p$  את המרחק של הנקודה  $D$  מן המדרוך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה  $D$  ורדיוסו  $p+4$ ,  
מעגל שני שמרכזו במוקד  $F$  של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה- $y$ .  
ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה  $K$  נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.  
דרך הנקודה  $K$  העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה- $x$  בנקודות  $T$  ו- $S$  בהתאמה.  
המרחק בין הנקודה  $T$  לנקודה  $S$  הוא 16.

מצא את השיעורים של הנקודה  $K$ . (מצא את שתי האפשרויות).  
בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון ישר  $\ell$  שמשוואתו  $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$ .  
מישור  $\pi$  מאונך לישר  $\ell$ , וחותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $A$ .

נקודה  $A$  נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה- $x$  במרחק 8 מראשית  
הצירים  $O$ . נקודות  $B$  ו- $C$  הן נקודות החיתוך של המישור  $\pi$

עם ציר ה- $y$  ועם ציר ה- $z$  בהתאמה.

א. (1) מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות  
של הפירמידה  $OABC$ .

(2) האם הפירמידה  $OABC$  היא ישרה? נמק.

ב. נקודה  $D$  נמצאת על הקטע  $AC$  כך ש- $OD$  חוצה-זווית  $AOC$ .

מהו המצב ההדדי בין הישר  $OD$  לישר  $BC$ ? נמק.

3.▶



נתונה המשוואה  $z^n = 8$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב,  $n > 2$ .  
א. הוכח כי  $n$  הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים  $z_0, z_1, z_2, z_3$  הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין  $n$  הקדקודים של המצולע שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

$z_0$  הוא מספר ממשי וחיובי.

$z_1$  נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון:  $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$ .

ב. מצא את הערך של  $n$ .

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$  המוגדרת לכל  $x$ .

$a$  הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=-1$ , אם נתון כי  $a=2$ .

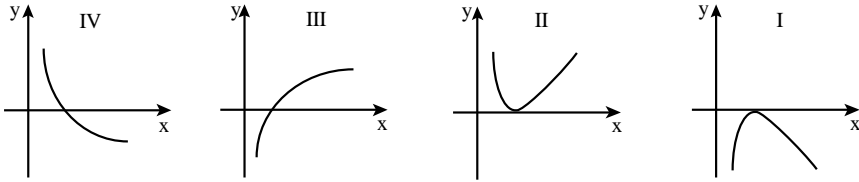
ד. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = [f(x)]^2$ .

מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

5. ▶



- נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$ ,  $a$  הוא פרמטר גדול מ-0.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - הראה כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- $x$  שלה באמצעות  $a$ .
  - איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ ? נמק.



- אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של  $f(x)$  שווה ל-0, מצא את הערך של  $a$ .
- סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור הערך של  $a$  שמצאת.
- האם עבור הערך של  $a$  שמצאת, יש לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון? נמק.
- מצא עבור אילו ערכים של  $a$  שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של  $f(x)$  גדול מ-0.

**תשובות למבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א:**

1. א.  $\frac{32}{p} + \frac{p}{2}$  . ב.  $y^2 = 8x$  . ג.  $(6; \sqrt{48})$  ,  $(6; -\sqrt{48})$  .

2. א. (1)  $OA = 8$  ,  $OB = 4$  ,  $OC = 4$  ,  $AC = \sqrt{80}$  ,  $AB = \sqrt{80}$  ,  $BC = \sqrt{32}$  .

(2) הפירמידה אינה ישרה. בפירמידה ישרה המקצועות הצדדיים

שווים

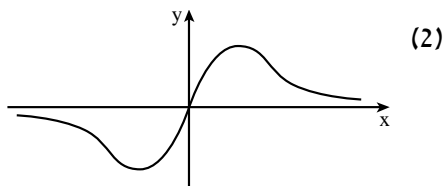
זה לזה. במקרה שלפנינו לא קיים קדקוד ממנו יוצאים שלושה

מקצועות שווים.

ב. מצטלבים.

3. ב.  $n = 8$  .

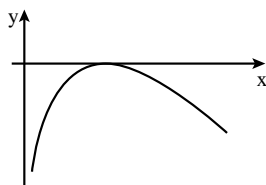
4. ב. (1)  $\left(-2; -\frac{2a}{\sqrt{e}}\right)$  מינימום,  $\left(2; \frac{2a}{\sqrt{e}}\right)$  מקסימום.



ג.  $16 - \frac{16}{\sqrt[3]{e}} \approx 1.88$  .

ד.  $x = -2$  מקסימום,  $x = 0$  מינימום,  $x = 2$  מקסימום.

5. א.  $x > 0$  . ב.  $x = \frac{a}{2}$  . ג. גרף IV .



ד. (1)  $a = 2$  . (2)

(3) לא.

ה.  $a > 2$  .

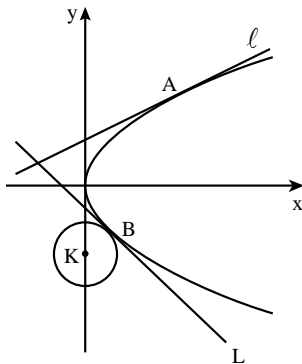


# מבחן בגרות מספר 21

## קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

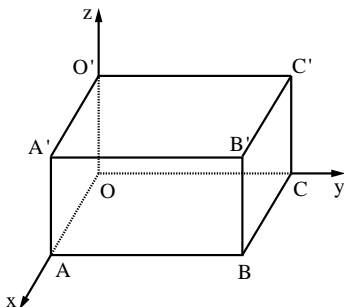


1. נתונה הפרבולה:  $y^2 = 4x$ . הישרים  $\ell$  ו- $L$  משיקים לפרבולה בנקודות  $A$  ו- $B$  בהתאמה. הנקודה  $A$  נמצאת ברביע הראשון והנקודה  $B$  נמצאת ברביע הרביעי, כמתואר בציור. המשיקים נפגשים בנקודה  $(-2;1)$ . א. מצא את השיעורים של הנקודה  $A$ , ואת השיעורים של הנקודה  $B$ . ב. הפרבולה משיקה בנקודה  $B$  למעגל שמרכזו  $K$  נמצא על ציר ה- $y$  (ראה ציור). מעגל שמרכזו  $M$  משיק לציר ה- $y$  בראשית הצירים ומשיק מבחוץ למעגל שמרכזו  $K$ . המרכז  $M$  נמצא משמאל לציר ה- $y$ . (1) מצא את השיעורים של המרכז  $K$ . (2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו  $M$ . תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

1.



סרקו אותי לצפייה בפתרון



2. המקצועות  $OA$ ,  $OC$  ו- $OO'$  של התיבה  $OABC O'A'B'C'$  מונחים על הצירים, כמתואר בציור. נתון כי המישור  $2x + y + 2z - 2m = 0$  עובר דרך הקדקודים  $A$ ,  $C$  ו- $O'$ .  $m$  הוא פרמטר גדול מ- $0$ . א. האם הישר  $BC'$  מקביל למישור הנתון או חותך אותו? נמק.

2.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

- ב. הישר O'M נמצא במישור הנתון, ואינו מתלכד עם הישר O'A.  
 (1) האם הישרים BC' ו-O'M מקבילים? נמק.  
 (2) הבע באמצעות m את המרחק בין הישרים BC' ו-O'M.  
 ג. דרך הקדקודים C' ו-B העבירו אנכים למישור ACO'.  
 האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו-F.  
 אורך הקטע EF הוא  $2\sqrt{2}$ . מצא את הערך של m.

- א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים  $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$ .  
 z הוא מספר מרוכב.  
 ב. שני מספרים מרוכבים שונים,  $z_1$  ו- $z_2$ , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.  
 המרחק של  $z_1$  מראשית הצירים שווה למרחק של  $z_2$  מהראשית.  
 נתון:  $z_1 = 1 + iy_1$  (הוא מספר ממשי).  
 מצא את הארגומנט של  $z_2$ .

▶.3



### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

- נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$ . a הוא פרמטר גדול מ-0.  
 א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):  
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).  
 (2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה f(x) המאונכות לציר ה-x.  
 (3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x) (אם יש כאלה).  
 (4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה f(x) (אם יש כאלה).  
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).  
 ג. הישר  $y = x$  משיק לגרף הפונקציה f(x) בנקודת הפיתול שלה.  
 לפונקציה f(x) ולפונקציית הנגזרת f'(x) יש אותו תחום הגדרה.  
 סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת f'(x).  
 ציין בגרף את הערכים המספריים של האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

▶.4





נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף פונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ,  
 על ידי הישר  $x = -1$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .  
 ג. נתונה פונקציה המקיימת  $F(x) = \int f(x) dx$  בתחום  $x > \ln 2$ .  
 מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $F(x)$   
 (אם יש כאלה). נמק.

## רוצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?

הכי פשוט להיכנס  
 MY.GEVA.CO.IL-7  
 ולצפות בפתרונות וידאו  
 מלאים לכל השאלות!



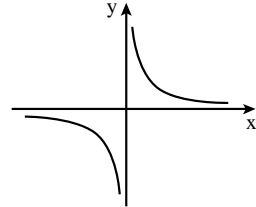
תשובות למבחן בגרות מספר 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב:

1. א.  $A(4;4)$ ,  $B(1;-2)$  . ב.  $K(0;-3)$  (1) . (2)  $\left(x + \frac{7}{2\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = \frac{49}{8}$  .

2. א. הישר  $BC'$  מקביל למישור הנתון.

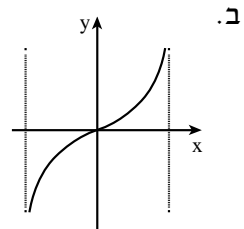
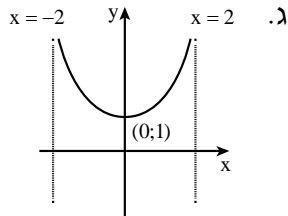
ב. (1) לא, הישרים  $BC'$  ו- $O'M$  מצטלבים. (2)  $\frac{2}{3}m$  . ג.  $m=2$  .

3. א. . ב.  $225^\circ$  .



4. א. (1)  $-a < x < a$  . (2)  $x = -a$ ,  $x = a$  . (3) עלייה:  $-a < x < a$  ; ירידה: אין.

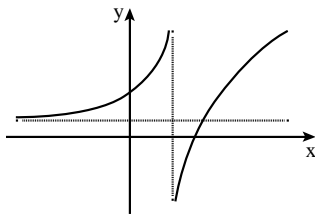
(4)  $(0;0)$  .



5. א. (1)  $x \neq \ln 2$  . (2)  $x = \ln 2$ ,  $y = 4$  .

(3) עלייה:  $x < \ln 2$  או  $x > \ln 2$  ; ירידה: אין.

(4)  $(\ln 4;0)$ ,  $(0;9)$  . (5)



ב.  $4 \ln\left(2 - \frac{1}{e}\right) + 5 - \frac{1}{e} = 6.592$  . ג.  $x = \ln 4$  (מינימום).



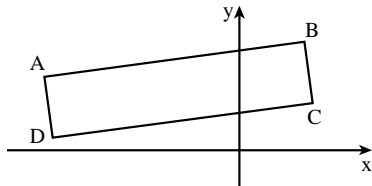


## מבחן בגרות מספר 22

### חורף תשע"ו, 2016

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

מעגל שמרכזו על ציר ה- $x$  עובר

דרך הנקודות  $(1;4)$  ו- $(-6;3)$ .

(שאינן קדקודי המלבן שבציור).

הצלע  $AB$  של המלבן  $ABCD$  מונחת

על ישר העובר דרך הנקודות האלה.

קדקודי המלבן  $ABCD$  נמצאים ברביע

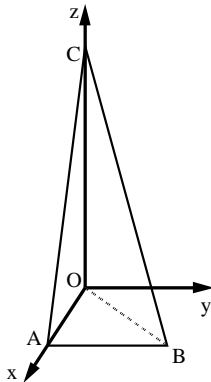
הראשון וברביע השני, כמתואר בציור.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ .

ב. המשכי הצלעות  $BC$  ו- $AD$  עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל

עם ציר ה- $x$ . נתון כי המרחק של הצלע  $DC$  מראשית הצירים הוא  $\sqrt{2}$ .

מצא את שטח המלבן  $ABCD$ .



2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה  $AOBC$ .

המקצוע  $AO$  מונח על החלק החיובי של ציר ה- $x$ ,

המקצוע  $CO$  מונח על החלק החיובי של ציר ה- $z$ ,

והמקצוע  $AB$  נמצא במישור  $[xy]$ , כך ששיעור ה- $x$

ושיעור ה- $y$  של הקדקוד  $B$  חיוביים (ראה ציור).

נתון:  $AO=3$ ,  $CO=12$ ,  $BO=5$ ,  $\vec{AC} \cdot \vec{AB}=0$ .

א. מהו המצב ההדדי בין הישר  $AB$

ובין ציר ה- $y$ ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור  $CAB$

ובין המישור  $[zy]$ .

ג. נקודה  $D$  נמצאת במישור  $CAB$  ובמישור  $[xy]$

כך ש- $CB=CD$ .

מצא את הזווית בין הישר  $CD$  למישור  $[zy]$ .

3.



- המספר המרוכב  $z_1$  נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2 ומרכזו ראשית הצירים O.
- המספר המרוכב  $z_2$  נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4 ומרכזו ראשית הצירים O.
- נתון כי הזווית בין הקטע  $Oz_2$  ובין הקטע  $Oz_1$  היא  $60^\circ$ .
- המספרים  $z_1$  ו- $z_2$  הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה.  $z_4$  הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.
- א. הראה כי  $z_1$  ו- $z_4$  נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.
- ב. נתון גם:  $z_1 \cdot z_4 = -32i$ .
- מצא את הארגומנט (הזווית) של  $z_4$ .
- ג. מצא את שטח המשולש  $z_1 z_2 z_4$ .

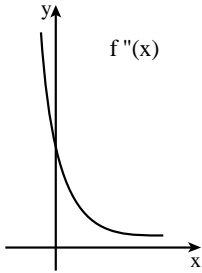
### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2}$ ,  $a$  הוא פרמטר שונה מ-0.
- ענה על הסעיפים א ו-ב עבור  $a > 0$ .
- א. מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):
- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - (2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- $x$ .
  - (3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
  - (4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ענה על הסעיפים ג ו-ד עבור  $a < 0$ .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה  $(-2; 0)$ .
- מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \frac{e+2}{a}$  (ערך מספרי).



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$ ,

a הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית

הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .

הגרף של  $f''(x)$  אינו חותך את ציר ה-x.

הפונקציה  $f''(x)$  מוגדרת לכל x,

ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף

הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה  $f'(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה  $f'(x)$ ,

על ידי הצירים ועל ידי הישר  $x=1$ , שווה ל-  $5 - \frac{8}{e}$ .

מצא את הערך של a.

5.



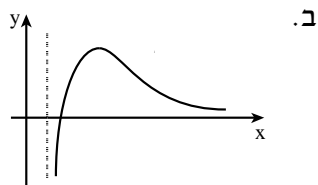
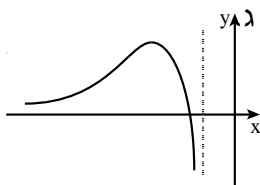
**תשובות למבחן בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016:**

1. א.  $(3;0)$  , ב.  $(-7;0)$  . 23.8 .

2. א. הישר AB מקביל לציר ה-y . ב.  $14.036^\circ$  . ג.  $13.342^\circ$  .

3. א.  $225^\circ$  . ג.  $18\sqrt{3}$  .

4. א. (1)  $x > \frac{2}{a}$  . (2)  $x = \frac{2}{a}$  . (3)  $(\frac{3}{a}; 0)$  . (4)  $(\frac{e+2}{a}; \frac{1}{e})$  מקסימום.



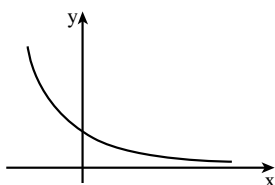
ד.  $\frac{1}{2}$  .

5. א. (1)  $(0;a)$  . (2) עלייה: אין; ירידה: כל x .

(3) לא . (4)

ב. לא .

ג.  $a = 5$  .



**הרשמו לאתר מייגבע וקבלו**

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**ונ** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למגוון שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מספר 23

### קיץ תשע"ו, 2016

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

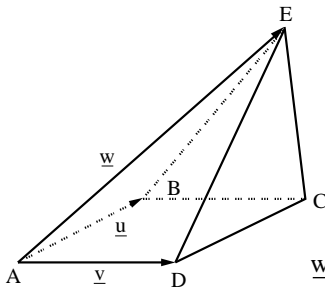
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- נתון טרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ).  
 המשכי השוקיים  $BC$  ו- $AD$  נפגשים בראשית הצירים.  
 השוק  $BC$  מונחת על החלק החיובי של ציר ה- $x$ .  
 הקדקודים  $A$  ו- $D$  נמצאים ברביע השלישי.  
 הבסיס  $AB$  מונח על הישר  $3x - 4y - 15 = 0$ . גובה הטרפז הוא 6.  
 היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים,  
 וענה על סעיפים א ו-ב'.  
 א. מצא את משוואת הבסיס  $DC$ .  
 נתון כי הקדקודים  $A$  ו- $C$  נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד  $B$ .  
 ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.  
 (2) מצא את השיעורים של הקדקוד  $D$ .



2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- בפירמידה  $ABCDE$  שבסיסה ריבוע  
 נתון:  $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE}$ , הווקטור  $\overrightarrow{AE}$  יוצר  
 זוויות שוות עם הווקטורים  $\overrightarrow{AD}$  ו- $\overrightarrow{AB}$ ,  
 אורך צלע הבסיס הוא 5.  
 נסמן:  $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ .  
 (ראה ציור).

א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית  $\underline{w} \cdot \underline{v}$   
 ושל המכפלה הסקלרית  $\underline{w} \cdot \underline{u}$ .

- הנקודה  $H$  נמצאת על המקצוע  $EC$  כך ש- $\overrightarrow{EH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$ . נתון:  $|\overrightarrow{AH}| = 2\sqrt{17}$ .  
 ב. מצא את אורך המקצוע  $AE$ .  
 ג. (1) הראה כי המשולש  $EDC$  הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.  
 (2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת  $AEDC$ .

3.



נתון :  $z^2 - 2R \operatorname{cis} \theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis}(2\theta) = 0$ ,  
 $z$  הוא מספר מרוכב,  $0 < \theta < 90^\circ$ ,  $R$  הוא מספר ממשי חיובי.  
 פתרונות המשוואה הנתונה הם  $z_1$  ו- $z_2$ .  
 $z_1$  נמצא ברביע הראשון.  
 א. הבע באמצעות  $\theta$  ו- $R$  את  $z_1$  ואת  $z_2$ .

נתון כי משוואת הישר העובר דרך  $z_1$  ו- $z_2$  היא  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ .  
 ב. מצא את  $\theta$ .

המספר המרוכב  $z_3$  מקיים :  $z_3 = \bar{z}_1$ .  
 ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים  $z_1, z_2, z_3$ .

(2) נתון כי שטח המשולש  $z_1 O z_3$  הוא  $225\sqrt{3}$  (0 – ראשית הצירים).  
 מצא את הערך המוחלט של  $z_2$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



נתונה הפונקציה  $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$ .  
 א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
 וקבע את סוגן.  
 ב. תשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
 (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(4) נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = |f(x)|$ .

הוסף סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  לסקיצה של גרף  
 הפונקציה  $f(x)$ .

ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$   
 ובין הישר  $x = -1$ .

ג. הפונקציות  $h(a)$  ו- $t(a)$  מקיימות :

$$a \geq -1, \quad h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים  
 של הפונקציות  $h(a)$  ו- $t(a)$ .



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{2} - \ln x \right)$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של  $f(x)$ .  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.  
 (2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה  $f(x)$ , וסקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 (2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  נפגשים בנקודה אחת. באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- $x$  של נקודה זו?  
 ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .  
 נתון:  $g(1) = a$ ,  $g(\sqrt{e}) = b$ ,  $g(e) = c$ .  
 הבע באמצעות  $a$ ,  $b$  ו- $c$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו- $x = e$ .

**תשובות למבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשע"ו, 2016:**

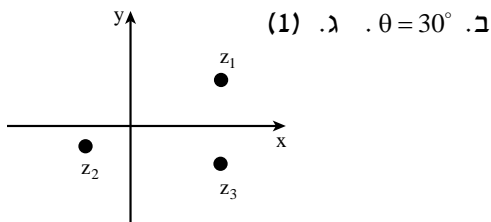
1. א.  $-3x + 4y + 45 = 0$  . ב.  $R = 10$  (1) . ג.  $D(-9; -18)$  (2)

2. א.  $\underline{w} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{u} = 25$  . ב.  $AE = 10$

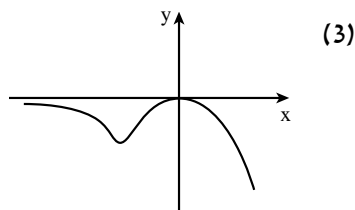
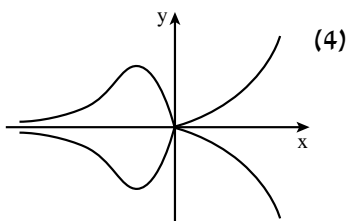
ג.  $S_{EDC} = \frac{5 \cdot \sqrt{50}}{2} = 17.68$  (1) . ד.  $V_{AEDC} = \frac{25\sqrt{50}}{6} = 29.46$  (2)

3. א.  $z_2 = R \operatorname{cis}(180^\circ + \theta) = -R \operatorname{cis} \theta$  ,  $z_1 = 3R \operatorname{cis} \theta$

ב.  $|z_2| = R = 10$  (2)

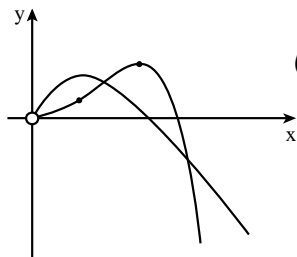


4. א.  $(0; 0)$  (1) מקסימום,  $(-0.873; -1.175)$  מינימום. ב.  $(0; 0)$  (2)



ב.  $S = \frac{2e-2}{e} = 1.264$  . ג.  $(-1; 0)$

5. א.  $x > 0$  (1) . ב.  $(\sqrt{e}; 0)$  (2) . ג.  $(1; \frac{1}{4})$  מקסימום.



ב. (1)  $(\frac{1}{e}; \frac{1}{e})$  מקסימום. (2)  $(\frac{1}{e}; \frac{3}{4e^2})$  פיתול. ג. (1)

(2)  $\frac{1}{e} < x < 1$

ד.  $S = 2b - a - c$





## מבחן בגרות מספר 24

### קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

נתונה פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 2px$ .

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו-L נפגשים בנקודה A, שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה-x.  
א. (1) הראה כי שיעור ה-x של K שווה לשיעור ה-x של L.  
(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

1.1



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה-x.  
המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו-L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.  
הצב  $p=2$ , וענה על הסעיפים ב, ג.  
ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.  
ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

נתון מעגל הנמצא במישור  $\pi$ , ומרכזו בראשית הצירים  $O(0;0;0)$ .  
הישר  $\ell_1: \underline{x} = (2; 2; 0) + t(1; 2; 1)$  נמצא במישור  $\pi$ ,  
ומשיק למעגל זה בנקודה B.  
א. מצא את השיעורים של הנקודה B.  
ב. הישר  $\ell_2: \underline{x} = (0; 1; 1) + s(2; -1; 1)$  חותך את המישור  $\pi$  בנקודה A.  
(1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.  
(2) מצא את שטח המשולש AOB.

2.2



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$$z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$$

3. ▶



- (1) מצא את  $|z|$ , ואת הארגומנט (הזווית) של  $z$ .  
 (2) מצא את הערכים של  $n$  ( $n$  מספר טבעי) שעבורם  $z^n$  הוא מספר מדומה טהור.

### הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

$$|(z + \bar{z}) - m(z - \bar{z})| = 40$$

ב. נתון המקום הגאומטרי  $m$  הוא מספר ממשי גדול מ-1.

▶



- (1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.  
 (2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר  $12 + 8i$  נמצאת על המקום הגאומטרי.  
 מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

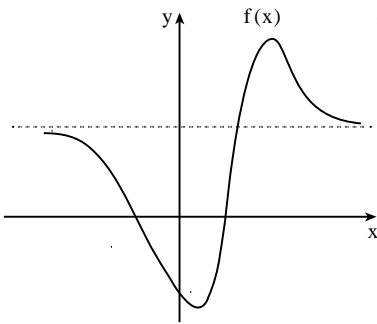
$$f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$$

נתונה הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת לכל  $x$ .

4. ▶



- א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.  
 (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.  
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ב. מצא את השטח מימין לציר ה- $y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי האסימפטוטה האופקית.  
 תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.  
 ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + 4$ .  
 השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה- $y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $y = k$ . מהו הערך של  $k$ ? נמק.



בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f''(x)$

מוגדרות לכל  $x$ .

לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה

אופקית אחת שמשוואתה  $y = 1.5e$

כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

הן:  $A(4; 3e)$ ,  $B(1; -1.5e)$ .

הנקודות  $C(-2; 0)$ ,  $D(2; 0)$ ,  $E(5; 2e)$ ,

נמצאות על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הפונקציה  $f(x)$  קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום  $x < -2$  ובתחום  $2 < x < 5$ ,

וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחום  $x > 5$  ובתחום  $-2 < x < 2$ .

א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$

(אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה  $g(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת

שמשוואתה  $y = \ln(1.5e)$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובות למבחן בגרות מספר 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב:**

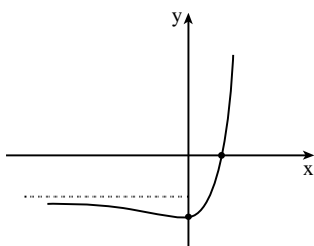
1. א. ב.  $(x-3)^2 + y^2 = 8$  . ג.  $(x-1)^2 + y^2 = 2$  .

2. א.  $B(1;0;-1)$  . ב.  $S_{\Delta ABO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  (2)

3. א. (1)  $\arg z = \frac{\pi}{2}, |z|=1$  (arg  $z = 90^\circ$ ) .

(2)  $n$  מספר טבעי אי זוגי :  $n = 1, 3, 5, \dots$

ב. (1)  $\frac{x^2}{400} + \frac{m^2 y^2}{400} = 1$  , אליפסה קנונית. (2)  $(0;-10)$  ,  $(0;10)$  ,  $(-20;0)$  ,  $(20;0)$



4. א. (1)  $(1;0)$  ,  $(0;-4)$  (4)

(2)  $y = -3$

(3) מינימום.  $(0;-4)$

ב.  $S = \frac{1}{2 \ln 3} = 0.455$

ג.  $k = 1$

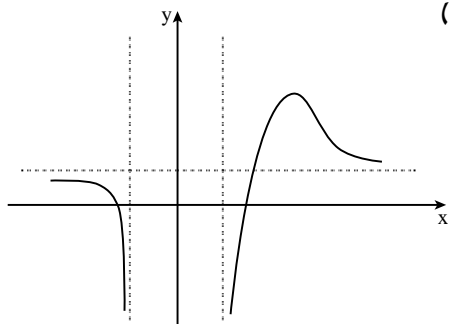
5. א.  $x = -2$  מינימום,  $x = 2$  מקסימום,  $x = 5$  מינימום.

ב. (1)  $x < -2$  או  $x > 2$  (4)

(2)  $x = 2$  ,  $x = -2$

(3) מקסימום.  $(4; \ln(3e))$

(4)



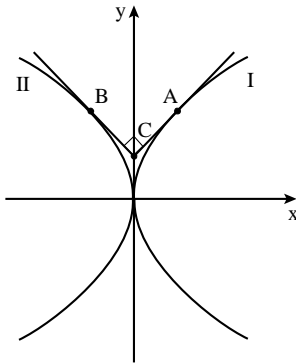


## מבחן בגרות מספר 25

חורף תשע"ז, 2017

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתונות שתי פרבולות:

$$I. \quad y^2 = 4x$$

$$II. \quad y^2 = -4x$$

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה,

כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה

ונחתכים בנקודה C, הנמצאות על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

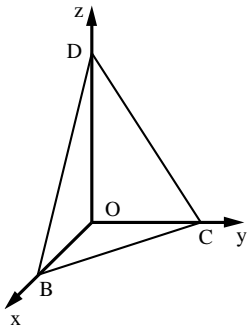
ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M.

המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.



נתונה פירמידה משולשת  $OBCD$ , שבה  $OD \perp OC$ ,  $OC \perp OB$ ,  $OB \perp OD$ , כמתואר בציור.

נתון:  $OB=3$ ,  $OC=4$ ,  $OD=6$ .

הנקודות  $K$  ו- $P$  נמצאות על המקצועות  $OB$  ו- $OD$  בהתאמה,

כך שמתקיים:  $OP:PD=1:1$ ,  $OK:KB=2:1$ .

דרך הנקודות  $K$  ו- $P$  עובר מישור המקביל

למקצוע  $CD$  וחותך את  $OC$  בנקודה  $Q$ .

א. מצא את היחס בין  $OQ$  ל- $QC$ .

נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה  $OKPQ$  לנפח הפירמידה  $OBCD$ .

ג. מצא את הזווית בין הישר  $CB$  למישור  $KPQ$ .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$z$  הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. \quad z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$$

$$II. \quad |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

3.



המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות  $A(x_1; y_1)$

ו- $B(x_2; y_2)$  ( $x_1 < x_2$ ).

ב. מצא את השיעורים של הנקודות  $A$  ו- $B$ .

ג. נתונה הנקודה  $P(x_0; y_0)$ .

הנקודה  $P$  נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי  $I$ . נתון:  $z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$ .

הוכח שהמספר הצמוד ל- $z_0$  נמצא על המקום הגאומטרי  $II$ .

ד. נתון:  $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$  הם שיעורי הנקודה  $A$  שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא  $5z_1$  וההפרש הוא  $z_0$ .

מצא את כל ערכי  $n$  שעבורם  $S_n$  (סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה)

הוא מספר ממשי (אם יש כאלה).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{ax^2+bx+2}$  ו- $a$  ו- $b$  הם פרמטרים.  
נתון כי הפונקציה זוגית.  
א. מצא את  $b$ .

4.



לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.  
ב. הוכח:  $a < 0$ .

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$   
וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחומים  $x > \frac{1}{2}$  ו- $x < -\frac{1}{2}$ .  
ג. מצא את  $a$ .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת  $f'(x)$ .

ו. נתונה הפונקציה  $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$ .

מהו התחום שבו הפונקציה  $h(x)$  חיובית?

נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = \ln(ae^x - be^{2x})$ ,  $g(x) = \ln(2 - e^x)$   
א ו- $b$  הפרמטרים. נתון:  $a > 0$ ,  $b > 0$ .  
א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה.  
הוכח:  $a = 2b$ .

5.



ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד.

נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה  $f(x)$ .

חשב את  $a$ , את  $b$  ואת שיעורי נקודת הקיצון של  $f(x)$ :

ג. הוכח כי  $g(x)$  יורדת וקעורה כלפי מטה  $\cap$  בכל תחום הגדרתה.

ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  הוא פונקציה קווית.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  (אם יש כאלה).

(2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי

הפונקציות. בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

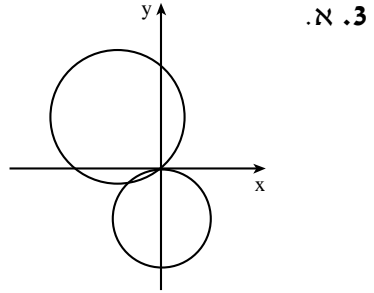
תשובות למבחן בגרות מספר 25 – חורף תשע"ז, 2017:

1. א.  $A(1;2)$ ,  $B(-1;2)$  . ב.  $M(0;3)$  (1) . (2)  $x^2 + (y-3)^2 = 2$  .

2. א.  $OQ:QC=1:1$  . ב.  $\frac{1}{6}$  . ג.  $7.35^\circ$  .

I  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$

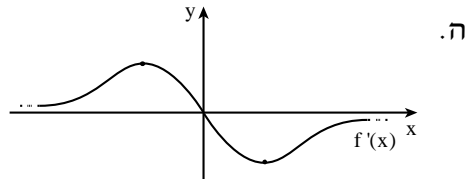
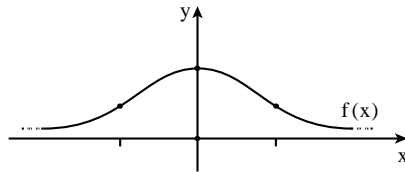
II  $x^2 + (y+1)^2 = 1$



ב.  $A(-0.8; -0.4)$ ,  $B(0;0)$  . ד.  $n=5$  .

4. א.  $b=0$  . ג.  $a=-2$  .

ד. (1)  $y=0$  . (2)



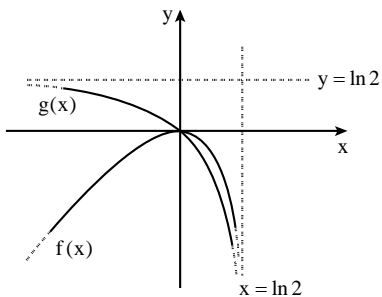
ג.  $0 < x < \frac{1}{2}$  או  $x < -\frac{1}{2}$  .

5. ב.  $a=2$ ,  $b=1$ ,  $(0;0)$  מקסימום.

ד. הוכחה:  $[f(x) - g(x) = x]$  .

ה. (1)  $f(x)$  :  $x = \ln 2$  . (2)

$g(x)$  :  $x = \ln 2$ ,  $y = \ln 2$  .





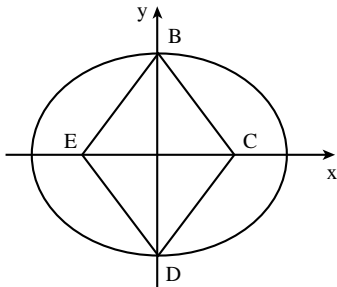


## מבחן בגרות מספר 26

### קיץ תשע"ז, 2017, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y,

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD

גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה

קנונית (ראה ציור), שמוקדיה הם הנקודות C ו-E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 2px$  חותכת את האליפסה ברביע הראשון

בנקודה M. נתון: שיעור ה-y של M הוא  $\sqrt{15}$ .

ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס  $\frac{PC}{k}$ . הסבר.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$ , שבסיסה  $ABCD$ , הוא ריבוע.

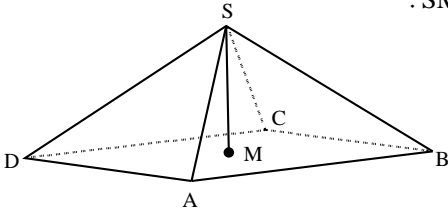
M היא נקודה כך ש-  $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$ .

א. (1) הוכח:  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ .

(2) הוכח: ש-  $\vec{SM}$  מאונך ל-  $\vec{AC}$ .

(3) נמק מדוע SM

הוא גובה הפירמידה.



נתון:  $A(\sqrt{3};1;0)$ ,  $C(-\sqrt{3};-1;0)$ ,

הנקודות B ו-D נמצאות במישור  $z=0$

ונפח הפירמידה  $SABCD$  הוא 16.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M.

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב-  $S_1$  ו-  $S_2$ .

ג. (1) מצא את משוואת המישור  $AS_1S_2$ .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור  $AS_1S_2$ ? נמק.

א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים  $z^3 = -1$ .

נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב-  $z_1, z_2$  ו-  $z_3$ .

נתון כי  $z_2$  הוא ממשי.

ב. (1) הראה ש-  $z_1, z_2$  ו-  $z_3$  הם שלושה איברים עוקבים בסדרה

הנדסית.

(2)  $z_1, z_2$  ו-  $z_3$  הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה

ההנדסית  $z_n$ . מצא את  $z_5$ , האיבר החמישי בסדרה.

ג. (1)  $z_{13}, z_{14}$  ו-  $z_{15}$  (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה  $z_n$

שמצאת בסעיף ב) מיוצגים על ידי הנקודות A, B ו- C

במישור גאוס, בהתאמה. חשב את שטח המשולש ABC.

(2) L, K ו- M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה

איברים עוקבים בסדרה  $z_n$ .

הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת

בתת סעיף ג(1).

3.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$

4. 



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.  
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
(4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים  
(אם יש כאלה).  
(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

- היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.  
ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .  
(2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומה סוגן?  
נמק את תשובתך.  
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .  
(4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לצירים  
(אם יש כאלה). נמק את תשובתך.  
(5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה  $f(x)$   
סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .



נתונה הפונקציה  $h(x) = \frac{x+3}{x}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של  $h(x)$ .

ב. מצא את תחום שבו  $h(x) > 0$ .

בתחום שבו  $h(x) > 0$  נתונה הפונקציה  $f(x)$  המקיימת:  $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$ .

נתון שגרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(3; \ln 2)$ ,

וידוע שלפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

## תשובות למבחן בגרות מספר 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א:

1. א. (1)  $B(0;4)$ ,  $D(0;4)$ ,  $C(3;0)$ ,  $E(-3;0)$ . (2)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

ב. מוקד הפרבולה  $C(3;0)$ . ג.  $\frac{PC}{k} = 1$ .

2. א. (3) כשמחברים את הקדקוד הפירמידה הישרה עם מרכז המעגל

החוסם את הבסיס מקבלים גובה הפירמידה.

ב. (1)  $M(0,0,0)$ . (2)  $S(0;0;6)$  או  $S(0;0;-6)$ .

ג. (1)  $x - \sqrt{3}y = 0$ . (2)  $C$  נמצאת על המישור.

3. א.  $z_3 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,  $z_2 = \text{cis}180^\circ = -1$ ,  $z_1 = \text{cis}60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

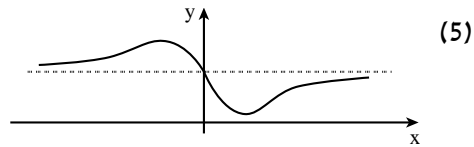
ב. (2)  $z_5 = \text{cis}180^\circ = -1$ . ג. (1)  $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

4. א. (1) לכל  $x$ .

(2) מינימום,  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.142\right)$ , מקסימום,  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 1.858\right)$ .

(3) עלייה:  $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; ירידה:  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(4)  $y = 1$ .

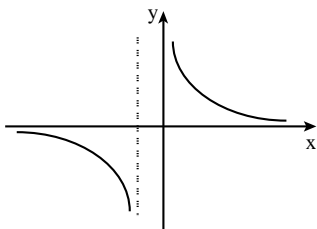
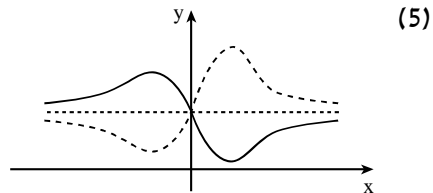


ב. (1)  $f(x)$  שונה לכל  $x$ ,  $\frac{1}{f(x)}$  שונה לכל  $x$ .

(2) מקסימום,  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 7.031\right)$ , מינימום,  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.538\right)$ .

(3) עלייה:  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; ירידה:  $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(4)  $y = 1$ .



5. א.  $x \neq 0$ .

ב.  $x < -3$ ,  $x > 0$ .

ג.  $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x}\right)$ .

ד.  $y = 0$ ,  $x = -3$ ,  $x = 0$ .

ה. ירידה:  $x < -3$ ,  $x > 0$ ; עלייה: אף  $x$ .



## מבחן בגרות מספר 27

### קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה הנקודה  $A(20;0)$ .

$B$  היא נקודה שנמצאת על ציר ה- $y$  ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה  $B$  מעבירים ישר,  $l_1$ , המקביל לציר ה- $x$ .

דרך ראשית הצירים,  $O$ , מעבירים ישר,  $l_2$ , שמאונך לישר  $AB$ .

הישרים  $l_1$  ו- $l_2$  נחתכים בנקודה  $C$ .

א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות  $C$  הנבנות כמתואר נמצא על הפרבולה, ומצא את משוואתה.

ב.  $D$  היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א. הנקודה  $F$  היא מוקד הפרבולה.

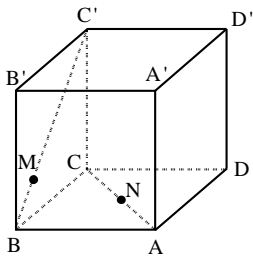
נתון הישר  $x = k$ .  $k < 0$  הוא פרמטר.

דרך הנקודה  $D$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את הישר  $x = k$  בנקודה  $N$ . קיים ערך של  $k$  שעבורו כל משולש  $NDF$  שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.

(1) מצא את הערך של  $k$ . נמק.

(2) נתון: הנקודה  $D$  נמצאת ברביע הראשון.

מצא את שיעורי הנקודה  $D$  שעבורה המשולש  $NDF$  הוא שווה צלעות.



נתונה קובייה  $ABCD A'B'C'D'$ .  
 נסמן:  $\overrightarrow{CC'} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{CD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \underline{u}$ .  
 נתון:  $\overrightarrow{BM} = t\overrightarrow{BC'}$ ,  $\overrightarrow{AN} = s\overrightarrow{AC}$ .  
 א. מצא את היחס  $\frac{s}{t}$  שעבורו  $MN$   
 מקביל למישור  $AA'B'B$  ( $t \neq 0$ ).

2.



סרקו אותי  
 לצפייה בפתרון

נתון:  $t = \frac{1}{4}$ ,  $s = \frac{1}{2}$ .

- ב. חשב את הזווית שבין  $MN$  ובין המישור  $ABCD$ .  
 ג. מהו המצב ההדדי של הישרים  $AB$  ו- $MN$ ? נמק.

במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום במשולש  
 שווה צלעות  $ABC$ .

הקדקוד  $A$  מתאים למספר המרוכב  $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$   
 ( $a > 0$ ) הוא פרמטר ממשי.

נתון: הקדקוד  $B$  נמצא ברביע הראשון.

- א. הבע באמצעות  $a$  את המספרים המרוכבים  $z_2$  ו- $z_3$  המתאימים  
 לקדקודים  $B$  ו- $C$  בהתאמה.

נתון:  $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$ .

ב. מצא את  $a$ .

- ג. המספר  $z_1^{6n+5}$  מתאים לנקודה  $P$  במישור גאוס.  
 $n$  הוא מספר שלם. הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.  
 הראה שהנקודה  $B$  נמצאת על הקרן  $OP$ .

3.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



- נתונה הפונקציה  $g(x) = 2x^2 + c$ . הוא פרמטר.  $c$
- הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת כך:  $f(x) = e^{g(x)}$ .
- הגרפים של פונקציות הנגזרת,  $f'(x)$  ו- $g'(x)$ , נחתכים בנקודה ששיעור ה- $x$  שלה הוא 2.
- א. מצא את  $c$ .
- ב. (1) הוכח ש- $f'(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.
- (2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $g'(x)$  חותכים זה את זה.
- (3) עבור אילו ערכי  $x$   $f'(x) > g'(x)$ ?
- (4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $g'(x)$  באותה מערכת צירים.
- ג. נתון:  $M(2;8)$ ,  $N(-2;-8)$ .
- $MN$  הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילים לצירים.
- הראה שגרף הפונקציה  $f'(x)$  מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5.



- נתונה הפונקציה  $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ . הוא פרמטר.  $m$
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון שלפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון.
- ב. (1) מצא את תחום הערכים של  $m$ .
- (2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  באמצעות  $m$ , וקבע את סוגה.
- ג. הנקודה  $P$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ושיעוריה אינם תלויים ב- $m$ .
- (1) מצא את שיעורי הנקודה  $P$ .
- (2) מצא את הערך של  $m$  שעבורו הנקודה  $P$  היא נקודת מינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

- הצב את  $m$  שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$ . חשב את  $\int_1^e g(x) dx$ .



**תשובות למבחן בגרות מספר 27 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב:**

1. א.  $y^2 = 20x$  . ב.  $k = -5$  (1) . ג.  $D(15; \sqrt{300}) = D(15; 10\sqrt{3})$  (2)

2. א.  $\frac{S}{t} = 1$  . ב.  $24.09^\circ$  . ג. מצטלבים.

3. א.  $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot ai = 2a \text{ cis } 300^\circ$

$z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai = 2a \text{ cis } 60^\circ$

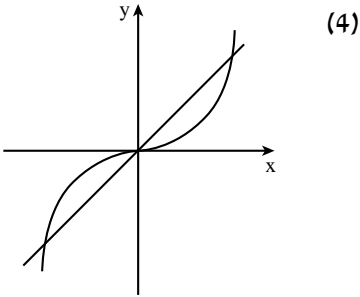
$z_3 = -2a = 2a \text{ cis } 180^\circ$

ב.  $a = 1$

4. א.  $c = -8$

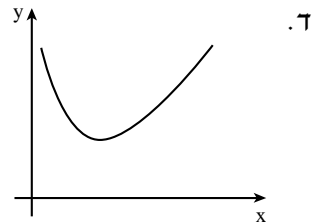
ב.  $(0;0)$  ,  $(2;8)$  ,  $(-2;-8)$  (2)

(3)  $x > 2$  או  $-2 < x < 0$



5. א.  $x > 0$  . ב.  $m > 0$  (1) . ג.  $(m; m(1 - \ln m))$  מינימום. (2)

ג.  $P(1;1)$  (1) .  $m = 1$  (2)



ה.  $-\frac{1}{2}$



## מבחן בגרות מספר 28

### חורף תשע"ח, 2018

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

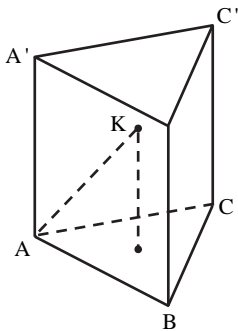
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. נתונות הנקודות:  $A(0,0)$ ,  $B(19,0)$  ו-  $D(9,0)$ .
- א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות  $C$ , שעבורן  $CD$  הוא חוצה זווית במשולש  $ABC$ .
- ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש  $ABC$  שנבנה באופן המתואר בסעיף א?
- ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות  $C$  שעבורן הצלע  $BC$  במשולש  $ABC$  משיקה למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

1.▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



- 2.▶
2.  $ABCA'B'C'$  היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה. נסמן את אורך המקצוע ב- $a$ .  $ABCK$  היא פירמידה ישרה.  $DK$  הוא גובה בפירמידה  $ABCK$ , כמתואר בציור. נתון:  $DK = t \cdot AA'$ . נפח המנסרה  $ABCA'B'C'$  גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה  $ABCK$ .
- א. חשב את  $t$ .
- ב. מצא את הזווית בין המישור  $ABK$  למישור  $ABC$ .
- נתון: נפח הפירמידה  $ABCK$  הוא  $12\sqrt{3}$ .
- ג. מצא את  $a$ .

2.▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z, והקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y. שיעורי הקודקוד B הם חיוביים. ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B'. (2) מצא את משוואת המישור AB'K. תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

א. פתור את המשוואה  $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$ .

נסמן ב- את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה. ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה:  $a_n = 1 + b \cdot i$ . b הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה  $a_n$ , חוץ מן הנקודה (1,0), נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

3.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ .

4. 



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי  $a$  מתקיים:  $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$ .

תוכל להיעזר בסרטוט.

ג. (1)  $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$  היא פונקציה המקיימת:

הוכח שהפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

- (2) הסבר מדוע לכל שני מספרים  $b$  ו- $c$  המקיימים  $0 < b < c$  מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$ .  $n$  הוא מספר טבעי.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=e^2$  סביב ציר ה- $x$ . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$ .

~~מצא את  $n$~~

ה. הצב בפונקציה  $f(x)$  את  $n$  שמצא בסעיף ב וענה על הסעיפים ה. ו. ~~מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).~~

ו. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

ז. מצא את משוואת האסימפטוטה שמשוואתה  $f(x) = 0$ .

ח. סרטט סעיף ז של הפונקציה  $f(x)$ .

ט. הפונקציה  $g(x)$  מקבלת את ערכיה מ- $f(x) + m$ ,  $m \neq 0$  הוא מספר.

י. נחשבו את שיעורי נקודה של גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$ . מצא את  $m$ .

יא. עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$  פתרון יחיד?

## מה הקטע של סימני ה-▶ ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA

02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL

תשובות למבחן בגרות מספר 28 – חורף תשע"ח, 2018:

1. א.  $(x+81)^2 + y^2 = 8,100$  . ב. יח"ר  $S_{\triangle ABC} = 855$  .

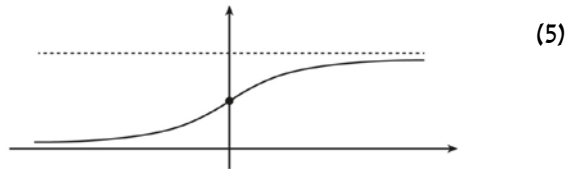
ג.  $C(0, -\sqrt{1,539})$  ,  $C(0, \sqrt{1,539})$  .

2. א.  $t = \frac{2}{3}$  . ב.  $66.59^\circ$  . ג.  $a = 6$  .

ד. (1)  $B(3\sqrt{3}, 3, 6)$  . (2)  $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0$  .

3. א.  $z_2 = 4 - 3i$  ,  $z_1 = 1 + i$  . ב. (1) הסבר. (2) הסבר.

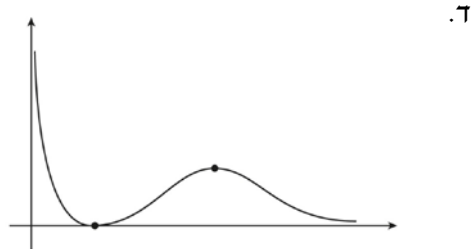
4. א. (1) כל  $x$  . (2) עלייה: כל  $x$  , ירידה: אין. (3)  $(0, \frac{1}{2})$  . (4)  $y = 0$  ,  $y = 1$  .



ב. הסבר. ג. (1) הוכחה. (2) הסבר.

5. א. (1)  $0 < x$  . (2)  $(1, 0)$  . ב.  $n = 2$  .

ג. (1) מינימום:  $(1, 0)$  , מקסימום:  $(e^4, \frac{16}{e^2})$  . (2)  $x = 0$  .



ה. (1)  $m = -\frac{16}{e^2}$  . (2)  $0 < k$  או  $k = -\frac{16}{e^2}$  .



## מבחן בגרות מספר 29

### קיץ תשע"ח, 2018, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

נתונות הנקודות:  $A(-3a, 0)$ ,  $B(3, 0)$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות  $a$  את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות  $P$

$$\frac{PA}{PB} = 1 \text{ המקיימות}$$

ב. הראה שהמקום הגיאומטרי של כל הנקודות  $Q$  המקיימות  $\frac{QA}{QB} = 2$  הוא מעגל, והבע באמצעות  $a$  את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת

הרדיוס שלו.

ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגיאומטרי שמצאת

בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גיאומטרי העובר דרך

ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגיאומטרי הזה.

(2) מצא את  $a$ , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

1.

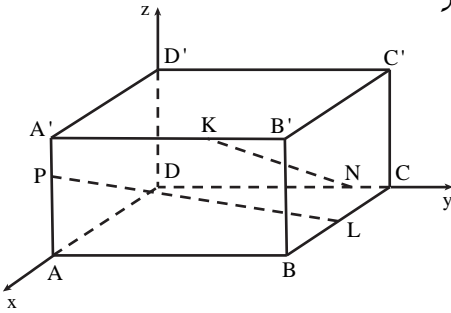


סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



בציור שלפניך נתונה התיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .  
המקצועות  $DA, DC, DD'$  מונחים על  
הצירים  $x, y, z$  בהתאמה,  
כמתואר בציור.

נתון:  $AA' = 3, DA = 4$ .

נסמן:  $AB = a, a > 0$  הוא פרמטר.  
הנקודות  $P, N, L, K$  נמצאות  
על מקצועות התיבה  $AA', DC,$   
 $BC$  ו- $A'B'$  בהתאמה,

כך שמתקיים:  $AP = 2PA', N(0, 5, 0)$ ,

$L$  היא אמצע המקצוע  $BC, \overline{A'K} = \frac{4}{5} \overline{DN}$ .

א. מצא את משוואת המישור  $PNK$ .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר  $NK$  ושל הישר  $PL$ .

אם צריך, הבע באמצעות  $a$ .

(2) הסבר מדוע הישרים  $NK$  ו- $PL$  הם ישרים מצטלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של  $a$   $\sphericalangle PC'C = 82.1^\circ$ ?

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים  $a$  שעבורו  $\sphericalangle PC'C = 90^\circ$ ? נמק.

$z_1$  ו- $z_2$  הם שני מספרים מרוכבים המקיימים  $|z_1| = |z_2| = r$ ,

$\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$ .

א. הוכח כי תוצאת המכפלה  $z_1 \cdot z_2$  היא מספר מדומה טהור,

והבע אותו באמצעות  $r$ .

3.



הנקודות  $A, B$  ו- $C$  במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים

המרוכבים  $z_1, z_2$  ו- $z_3$ .

נתון: הנקודות  $A, B$  ו- $C$  אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה  $C$  נמצאת

על הישר  $y = x$ .

ב. הסבר מדוע המשולש  $ABC$  הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה  $D$  במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב  $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$ .

נתון:  $(z_3)^2 = 2i, z_1 - z_2 = 1 - i, z_1 + z_2 = 7 + 7i$ .

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות  $C$  ו- $D$  (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע  $BDAC$  עבור הנקודה  $C$  הנמצאת ברביע

הראשון.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$  .  $m > 0$  הוא פרמטר.

4. 

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות  $m$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.



ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות  $f(x)$  עבור  $m=1$  ועבור  $m=2$  (ידוע ששני הגרפים חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי  $m$  הנתונים.

הישר  $y=k$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .

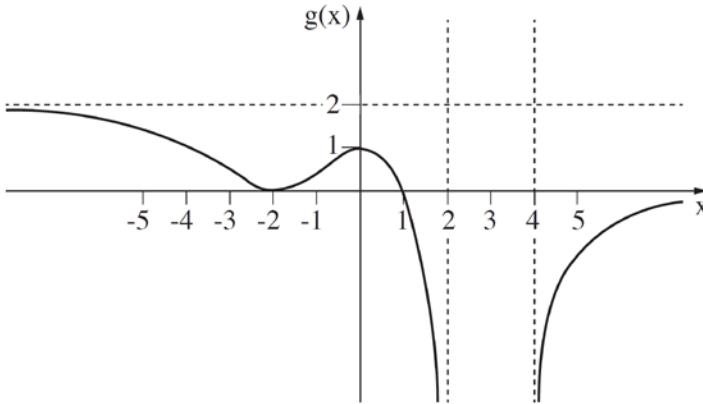
ג. (1) הבע באמצעות  $m$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $y=k$ .

עבור כל  $m$ , נסמן את השטח בתת-סעיף ג (1) ב- $S_m$  ( $S_1$  הוא השטח עבור  $m=1$ ).

(2) הראה שלכל  $m$  מתקיים:  $S_m = \frac{S_1}{m}$ .



- נתון:  $f(x)$  היא פונקציה רציפה וגזירה לכל  $x$ . נסמן  $g(x) = \ln(f(x))$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x > 4$  ולכל  $x < 2$ , ורק שם.
- בתחום  $2 \leq x \leq 4$ ,  $f'(x) = 0$  רק עבור  $x = 3$ .
- בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מתאפסת רק בנקודות שבהן  $x = 1$  ו- $x = -2$ .



- א. מצא את  $f(-2)$ ,  $f(0)$  ו- $f(1)$ .
- ב. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם כל אחד מן הצירים? נמק.
- ד. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.
- ה. מה הם תחומי עלייה ותחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ז. הסבר מדוע:  $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$ .

**תשובות למבחן בגרות 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א:**

1. א.  $x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a$

ב.  $R = 2a + 2, M(4 + a, 0) \leftarrow (x - (4 + a))^2 + y^2 = (2a + 2)^2$

ג. (1) פרבולה קונונית. (2)  $y^2 = 60x, a = 11$

2. א.  $13x + 4y - 16z - 20 = 0$

ב. (1)  $\underline{x} = (0, 5, 0) + t(4, -1, 3), \underline{x} = (4, 0, 2) + r(2, -a, 2)$

(2) אינם נחתכים ואינם מקבילים.

ג. (1)  $a \approx 5.99$  (2) לא.

3. א.  $z_1 \cdot z_2 = r^2 i$  ב. על פי חישוב (המרחק AC שווה למרחק BC).

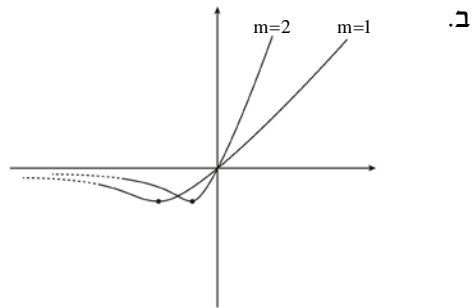
ג. (1)  $D(-625, -625), C(1, 1)$  או  $D(625, 625), C(-1, -1)$

(2)  $S_{BDAC} = 626$

4. א. (1) כל  $x$  (2)  $(0, 0)$  (3)  $y = 0$  (4)  $(\frac{\ln 0.5}{m}, -\frac{1}{4})$

ג.  $S_m = \frac{\ln 2}{4m} - \frac{1}{8m}$  (1)

(2) הוכחה.



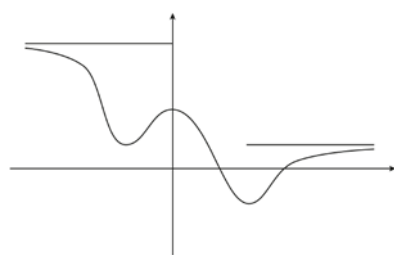
5. א.  $f(1) = 1, f(0) = e, f(-2) = 1$

ב. תחום חיוביות:  $x > 4, x < 2$ , תחום שליליות:  $2 < x < 4$

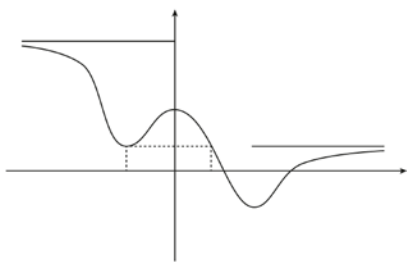
ג.  $(0, e), (2, 0), (4, 0)$  . ד.  $y = 1, y = e^2$

ה. תחום ירידה:  $0 < x < 3, x < -2$ , תחום עליה:  $-2 < x < 3, x > 3$

ו.



ז. שטח זה גדול משטחו של מלבן שצלעותיו הן באורך 3 ו-1 (המלבן המקווקו בשרטוט).



מורידים את האפליקציה MY.GEVA

⇓

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

⇓

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה





**איד  
משתמשים  
בחוברת?**





## מבחן בגרות מספר 30

### קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

נתונה הפרבולה הקנונית  $y^2 = 2px$  ,  $p > 0$  . הוא פרמטר.  
הנקודות  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$  נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא  $\frac{4}{3}$  ,

שיעור ה-  $y$  של אמצע הקטע AB הוא 9 .

א. מצא את משוואת הפרבולה.

1.



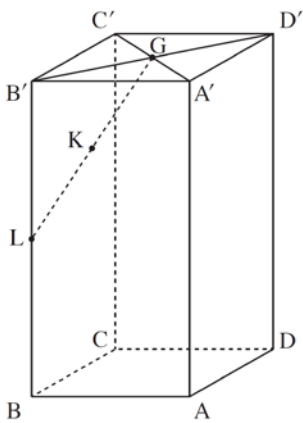
סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו- B מאונכים זה לזה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה

מאונכים זה לזה.



בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודה L היא אמצע המקצוע  $BB'$ , והנקודה G היא מפגש האלכסונים של הפאה  $A'B'C'D'$ .

הנקודה K היא אמצע הקטע  $LG$  (ראה ציור).

נסמן:  $\overline{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overline{AB} = \underline{v}$ ,  $\overline{AD} = \underline{u}$ .

א. הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את  $\overline{DK}$ .

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון  $DB'$ ,

ומצא את היחס  $\frac{DK}{DB'}$ .

ההמשך של הקטע  $AK$  חותך את המישור  $BCC'B'$  בנקודה F.

נתון:  $\overline{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$ .

ג. (1) מצא את s ואת t, והראה כי הנקודה F נמצאת על המקצוע  $B'C'$ .

(2) מצא את היחס  $\frac{B'F}{B'C'}$ .

2.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

נתון:  $z_A, z_B$  ו- $z_C$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים

את הנקודות A, B ו-C במישור גאוס, בהתאמה.

נתון:  $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$ , הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

$z_A$  ו- $z_C$  מקיימים את המשוואה:  $(8-i)z = (8+i)\bar{z}$ .

א. (1) מצא את  $z_A$  ואת  $z_C$ .

(2) הסבר מדוע  $\angle ABC = 90^\circ$ .

נתון:  $AB = BC$ .

ב. מצא את  $z_B$  (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.

ג.  $a_n$  היא סדרה הנדסית שבה  $a_1 = z_A$  ו- $a_2 = z_B$ .

נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של

הסדרה  $a_n$  הוא 0.

הסבר מדוע m מתחלק ב-4 ללא שארית.

3.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ .

נסמן:  $g(x) = e^x - x$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

והסבר מדוע לכל  $x$  מתקיים:  $e^x - x \geq 1$ .

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם

הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי  $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$ .

ידוע כי הביטוי  $2e^x - xe^x - 1$  מוגדר לכל  $x$  וחיובי בתחום  $-1 \leq x \leq 1$ .  
ג. (1) חשב את  $f(-1)$  ואת  $f(1)$ , וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

בתחום  $-1 \leq x \leq 1$ .

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה  $f(x)$  יש

לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- $x$ , על ידי הישר  $x = -1$  ועל

ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-1 \leq x \leq 0$ .





נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$ .  $b > 0$  הוא פרמטר.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$ .

- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 ג. (1) הוכח:  $f(x) - g(x) = x$ .  
 (2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  (אם צריך, הבע באמצעות  $b$ ).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה  $g(x)$  נמצאת על האסימפטוטה

- של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ד. מצא את ערך הפרמטר  $b$ .  
 ה. הצב  $b = 4$  וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .



**תשובות למבחן בגרות 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב:**

1. א.  $y^2 = 24x$  . ב.  $A(24, 24)$  ,  $B(1.5, -6)$  .

ג. יש אינסוף זוגות נקודות כאלו, שמכפלת שיעורי ה  $y$  שלהם היא  $-144$ ,

למשל:  $(24, -24)$  ,  $(1.5, 6)$  או  $(6, 12)$  ,  $(6, -12)$  .

2. א.  $\overline{DK} = \frac{3}{4}w - \frac{3}{4}u + \frac{3}{4}v$  . ב.  $\frac{DK}{DB} = \frac{3}{4}$  .

ג.  $t = 1$  (1) ,  $S = \frac{1}{3}$  (2) .  $\frac{B'F}{B'C} = \frac{1}{3}$  .

3. א.  $z_C = -8 - i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 187.125^\circ$  ,  $z_A = 8 + i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 7.125^\circ$  (1)

(2) מתקבל מעגל קונוני שבו AC קוטר ו-B נמצאת על היקף המעגל, כך ש  $\sphericalangle CAB$

הינה זווית היקפית הנשענת על הקוטר.

ב.  $z_B = 1 - 8i = \sqrt{65} \operatorname{cis} -82.875^\circ$  או  $z_B = -1 + 8i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125^\circ$  .

ג. נתון  $S_m = 0$  ולכן מתבקש  $q^m - 1 = 0$  .

$q = \operatorname{cis} 90^\circ$  ולכן  $[\operatorname{cis} 90^\circ]^m - 1 = 0$  .

$\operatorname{cis} 90m = 1$

כלומר:  $90m = 360k$

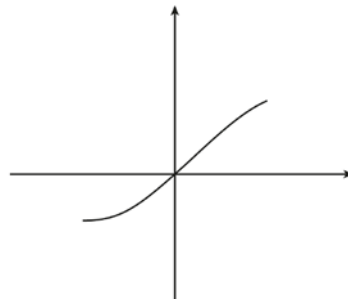
$m = 4k$

4. א. (1) כל  $x$  . (2)  $\min(0, 1)$  . לפונקציה יש נקודת מינימום מוחלט בנקודה  $(0, 1)$  ,

לכן  $g(x) \geq 1$  לכל  $x$  , כלומר  $e^x - x \geq 1$  לכל  $x$  .

ב. (1) כל  $x$  . (2)  $y = 1$  :  $x > 0$  ,  $y = 0$  :  $x < 0$  . (3)  $(0, 0)$  . (4) הוכחה.

ג. (1)  $f(1) = 1$  ,  $f(-1) = \frac{1-e}{1+e} = -0.46$  .



(2)  $f'(0) = 1$ ,  $f'(-5) = -0.038$  כיוון ש  $f'(x)$  רציפה, קיימת בין  $x = 0$  ל-  $x = -5$

לפחות נקודה אחת שבה  $f'(x) = 0$  והיא נקודת מינימום של הפונקציה.

$f'(0) = 1$ ,  $f'(5) = -0.021$  כיוון ש  $f'(x)$  רציפה, קיימת בין  $x = 0$  ל-  $x = 5$

לפחות נקודה אחת שבה  $f'(x) = 0$  והיא נקודת מקסימום של הפונקציה.

ד.  $S = \ln(1 + \frac{1}{e})$ .

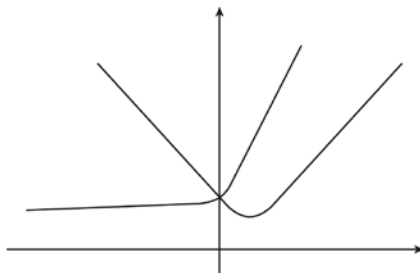
5. א. (1) כל  $x$ . (2) עולה בכל תחום הגדרתה.

ב. כל  $x$ .

ג. (1) הוכחה. (2)  $(0, \ln(1+b))$ .

ד.  $b = 4$ .

ה.



## רוצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?

הכי פשוט להיכנס  
ל- [MY.GEVA.CO.IL](http://MY.GEVA.CO.IL)  
ולצפות בפתרונות וידאו  
מלאים לכל השאלות!



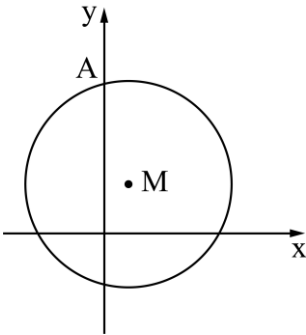


## מבחן בגרות מספר 31

### חורף תשע"ט, 2019

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. מעגל שמרכזו  $M$  חותך את החלק החיובי של ציר ה- $y$  בנקודה  $A$ , כמתואר בציור שלפניך. ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה- $y$ , החותך את הציר בנקודה  $E$ . נתון כי  $AE = 6$ . נתון גם כי מרחק הנקודה  $M$  מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

1.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $M$  המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

- נסמן ב- $F_1$  וב- $F_2$  את מוקדי האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף א. הנקודות  $D_1$  ו- $D_2$  הן נקודות על האליפסה. שיעור ה- $y$  של  $D_1$  חיובי ושיעור ה- $y$  של  $D_2$  שלילי.
- ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע  $F_1D_1F_2D_2$ . נמק. (2) האם קיים מרובע  $F_1D_1F_2D_2$  בעל היקף גדול ביותר? נמק.

2. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה  $OBCDE$  שבסיסה  $OBCD$  הוא ריבוע. המקצוע  $OE$  מאונך למישור הבסיס.

נתון:  $OE = 12$ ,  $OD = 4$ .

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה  $O$  היא ראשית הצירים והנקודות  $E, B, D$  נמצאות על הצירים  $x, y, z$  בהתאמה (כמתואר בציור).

א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר  $EC$ .

הנקודה  $N$  נמצאת על המקצוע  $EC$ . מן הנקודה  $N$  מורידים אנך לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה  $F$ .

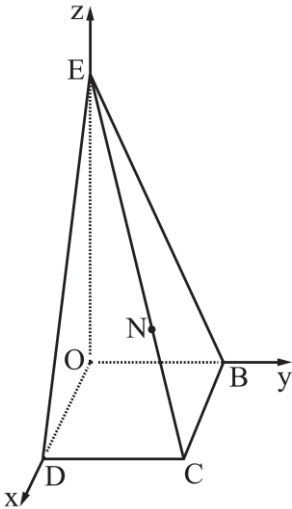
מרחק הנקודה  $F$  מציר ה- $y$  הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה  $N$ .

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור  $BCN$  ובין בסיס הפירמידה  $OBCD$ .

$K$  היא נקודה על המקצוע  $EC$  כך ש- $KOBCD$  היא פירמידה ישרה (בסיס הפירמידה).

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה  $K$ .



3. ▶



א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $z^3 = \bar{z}$ ,  $z \neq 0$ .  $z$  הוא מספר מרוכב.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות  $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$ .

(2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת בתת סעיף ב(1).

ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית  $45^\circ$  (נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות

לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה  $z^4 = a$ . מצא את  $a$ .

(2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית  $\alpha$  (נגד כיוון השעון).

הוכח ששכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה,  $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$ , הוא פרמטר.  $a$

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית  $x = \ln 2$ .  
א. מצא את  $a$ .



הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.  
ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  והראה כי עבור כל

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2} : x \neq 0$$

- ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .  
(2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$$

מגדירים פונקציה

- ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $h(x)$ .  
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$ .  
(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $h(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \ln 8$  והישר  $x = \ln 16$ .

נתון: הפונקציה  $h(x)$  סימטרית ביחס לישר  $x = \ln 2$ .  
הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ , והן סימטריות ביחס לישר  $x = \ln 2$ .  
שיעור ה- $x$  של הנקודה A הוא  $\ln 8$ .  
ה. מצא את שיעורי הנקודה B.



- $f(x)$  היא פונקציה גזירה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.
- א. הראה שלפונקציה  $f(x)$  ולפונקציה  $e^{f(x)}$  יש נקודות קיצון באותם שיעורי  $x$ , ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).
- נתון כי  $f(x) = x \ln(x^n)$ .  $n$  הוא פרמטר טבעי.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ . התייחס לערכים שונים של  $n$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ . התייחס לערכים שונים של  $n$ .

- נתון: גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.
- ד. (1) הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית
- (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם צריך- הבע באמצעות  $n$ ).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $n = 2$ .
- ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $e^{x \ln(x^n)}$  ( $n$  טבעי), וקבע את סוגן (אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).

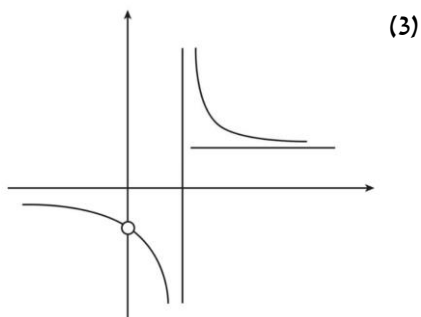
### תשובות למבחן בגרות מספר 31 – חורף תשע"ט, 2019:

1. א.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$ .
- ב. (1).  $S_{F_{D_1, E_1, D_2}} = 6\sqrt{3}$ . השטח המקסימאלי מתקבל עבור המשולשים בעלי הגובה המקסימאלי. (2). לא למרובע יש היקף קבוע של  $8\sqrt{3}$ .
2. א.  $EC = \underline{x} = (0, 0, 12) + t(1, 1, -3)$ . ב.  $N(3, 3, 3)$ . ג.  $71.565^\circ$ .
- ד.  $\underline{x} = (2, 2, 0) + s(0, 0, 1)$ .
3. א.  $1, i, -1, -i$ . ב. (1)  $x^2 + y^2 = 1$ . (2) הוכחה. ג. (1)  $a = -1$ . (2) הוכחה.

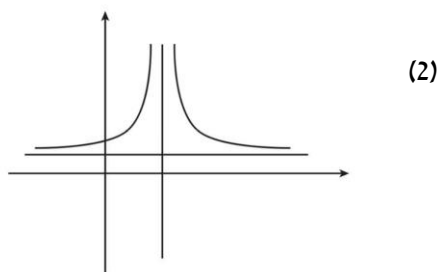
4. א. (1)  $a = 2$  . ב.  $x \neq \ln 2, x \neq 0$  . ג. (1)  $x = \ln 2, y = 1, y = 0$  .

(2) ירידה:  $x < 0, 0 < x < \ln 2, \ln 2 < x$  , עלייה: אין.

ד. (1)  $x = \ln 2, y = \frac{1}{2}$



(3) 0.500724 .

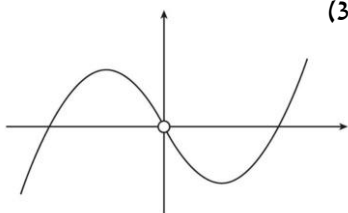


ה.  $B(-\ln 2, \frac{5}{6})$

5. א. הוכחה. ב. עבור  $n$  אי זוגי:  $x > 0$  , עבור  $n$  זוגי:  $x \neq 0$  .

ג. עבור  $n$  אי זוגי:  $(1, 0)$  , עבור  $n$  זוגי:  $(-1, 0)$  ,

ד. (1) הוכחה. (2)  $\min\left(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e}\right)$  , (3)  $\max\left(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e}\right)$



ה.  $\max\left(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right)$  ,  $\min\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right)$  .

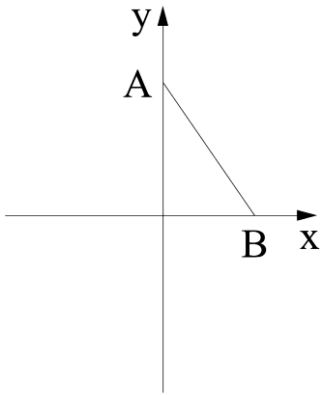


## מבחן בגרות מספר 32

### קיץ תשע"ט, 2019, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. אורך הקטע AB הוא 4.  
נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה-y, והנקודה B נמצאת על ציר ה-x (ראה ציור).  
הנקודה M היא אמצע הקטע AB.  
א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות M שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB

כך ש-  $t > 0$ .  $\frac{AL}{LB} = t$  הוא פרמטר.

- ב. הבע באמצעות t את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.
- ג. בעבור איזה ערך של t המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א? נמק.
- ד. האם קיים  $t > 0$  שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה-x בנקודה (5,0)? נמק.



2. ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור).

הנקודה B נמצאת על ראשית הציורים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע A'C ובין הקטע BC'.

ב. הוכח שהישר A'C מאונך למישור BC'D.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר

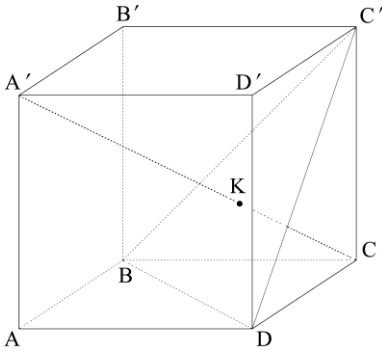
A'C עם המישור BC'D.

ג. מצא את היחס  $\frac{A'K}{A'C}$ .

הנקודה O היא נקודת החיתוך של

אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע C'O.



2.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

א. (1) הוכח כי לכל מספר מרוכב  $z$  מתקיים  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ .

(2) הוכח כי אם המספר המרוכב  $z$  נמצא על מעגל היחידה, אז גם

המספר  $\frac{1}{z}$  נמצא על מעגל היחידה.

ב. (1) הראה כי בעבור כל מספר מרוכב  $z$  הנמצא על מעגל היחידה, הסכום

$$z + \frac{1}{z}$$

הוא מספר ממשי.

(2)  $z_1$  ו- $z_2$  הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה. נתון כי

הרכיבים המדומים של  $z_1$  ו- $z_2$  הם חיוביים. הוכח כי אם:

$$z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$$

אז  $z_1$  ו- $z_2$  נמצאים ברביע הראשון.

$w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$  הוא מספר מרוכב. נתון:  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא  $\frac{1}{w}$  והאיבר השני הוא  $w$ .

נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

(2) מצא את  $\alpha$  (מצא את שתי האפשרויות).

3.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$ , המוגדרת לכל  $x$ .



א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המקבילה לציר ה- $x$ .

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. (1) הוכח כי  $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$ .

(2) הסבר מדוע גרף הפונקציה  $f(x)$  נמצא כולו מתחת לישר  $y = x$ .

ד. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$  המוגדרת לכל  $x$ .

(1) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה)?

(2)  $a > 1$  הוא פרמטר.

ה. המזר בנגזרת הפונקציה  $f(x)$  והיא כי נפח גוף סיבובי...  
 השטח הגבול על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ה- $x$  ו- $y = 1$ .  
 וידי הישר  $x = \ln a$  וזה ל- $\pi \ln\left(\frac{2}{a+1}\right)$ .  
 פרט את חישוביך.



נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$ .  $m$  הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור  $m \geq 0$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציות  $f(x)$ ?

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות  $f(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

(3) נתון כי כל הפונקציות  $f(x)$  מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.

ב. (1) בעבור  $m \geq 0$  מצא את הערכים של  $m$  שבעבורם הנגזרת  $f'(x)$ :

(i) אינה מתאפסת בשום נקודה.

(ii) מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.

(iii) מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

(2) בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (III-I) של פונקציות מן

המשפחה  $f(x)$  בעבור  $m \geq 0$ . ידוע כי  $m \neq 1$  וכי כל אחד מן

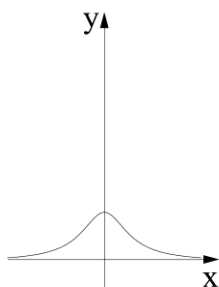
הגרפים מתאים לערך או לטווח ערכים אחר של  $m$ .

התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים

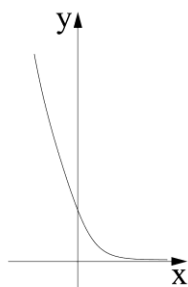
של  $m$  המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים III-I.

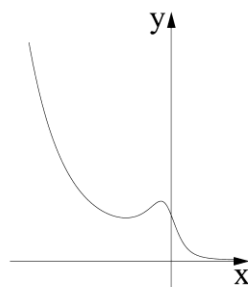
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(-x)$  בעבור  $0 < m < 1$ .



III



II



I

תשובות למבחן בגרות 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א:

1. א.  $x^2 + y^2 = 4$ , מעגל קנוני ורדיוסו 2.

ב.  $\frac{(t+1)^2 x^2}{t^2} + (t+1)^2 y^2 = 16$  או  $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$ , אליפסה. ג.  $t = 1$ .

ד. לא.

2. א.  $\angle(A'C, BC') = 90^\circ$ . ב. הוכחה. ג.  $\frac{A'K}{A'C} = \frac{2}{3}$ . ד. הוכחה.

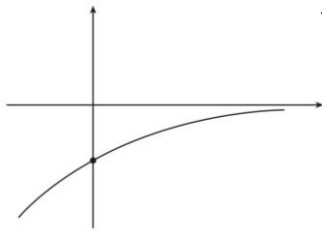
3. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. עבור  $z = r \operatorname{cis} \theta$  (1)  $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$  (2) הוכחה.

ג. (1)  $q = \operatorname{cis} 2\alpha$  (2)  $\alpha = \frac{\pi}{5}$  או  $\alpha = \frac{2\pi}{5}$

4. א. (1) אין חיתוך עם ציר  $x$ , חיתוך עם ציר  $y$ :  $(0, -\ln 2)$ .

(2)  $f(x)$  שלילית לכל  $x$ , חיובית לאף  $x$ . (3)  $y = 0$ .

(4)  $f(x)$  עולה לכל  $x$ , יורדת לאף  $x$ . ב.



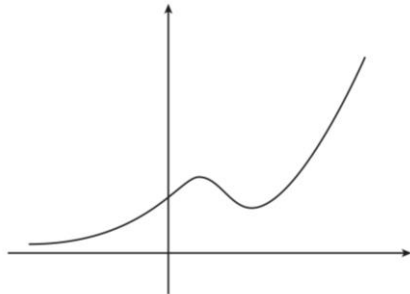
ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ד. (1)  $g(x)$  חיובית לכל  $x$ , שלילית לאף  $x$ . (2) הוכחה.

5. א. (1) כל  $x$ . (2)  $f(x)$  חיובית לכל  $x$ , שלילית עבור אף  $x$ . (3)  $(0, 1)$ .

ב. (1) (i)  $m > 1$ . (ii)  $m = 0$ . (iii)  $0 < m < 1$ .

(2) גרף I:  $0 < m < 1$ . גרף II:  $m > 1$ . גרף III:  $m = 0$ .

ג.





## מבחן בגרות מספר 33

### קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. נתון מעגל שמשוואתו היא:  $x^2 + y^2 = a^2$ . הוא פרמטר חיובי. הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך ששיק לציר ה- $y$ .  
 א. הבע באמצעות  $a$  את משוואת המעגל שהתקבל.  
 ב. בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- $y$ . שיעור ה- $x$  של מרכז המעגל שבונים הוא חיובי.  
 מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- $a$ )

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

הישר  $y = x + 3$  משיק בנקודה  $M$  למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.  
 ג. מצא את  $a$ .  
 ד. רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:  
 (1) המעגל שהתקבל בסעיף א.  
 (2) המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו בנקודה  $M$ .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה  $SABCD$ , שבסיסה,  $ABCD$ , הוא ריבוע (ראה ציור). הנקודה  $O$  היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס.

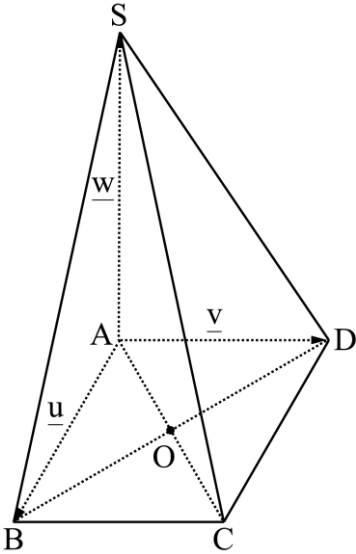
הנקודה  $P$  היא נקודה על הקטע  $SD$ , והיא מקיימת  $\vec{SP} = t \cdot \vec{SD}$ ,  $t > 0$ . נסמן:  $\vec{AS} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

א. הבע את הווקטור  $\vec{OP}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .

ב. מצא בעבור איזה ערך של  $t$ ,  $OP$  מקביל למישור הפאה  $SAB$ .

נתון: אורך צלע הריבוע  $ABCD$  הוא 4,  $AS = 4\sqrt{2}$ . מאונך לבסיס הפירמידה, הנקודה  $A$  היא ראשית הצירים. הנקודות  $D, B, S$  נמצאות על החלק החיובי של הצירים  $x, y, z$  בהתאמה.

ג. מצא בעבור אילו ערכים של  $t$ , הישר  $OP$  יוצר זווית של  $45^\circ$  עם מישור הפאה  $SAD$ .



הנקודה  $T$  נמצאת על הקטע  $SC$  כך ש-  $TABCD$  היא פירמידה ישרה.  
ד. מצא את נפח הפירמידה  $TABCD$ .

## 3.▶



נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא  $iz$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. (1) רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות  $z$ ).

(2) הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-

$$\frac{z^5 + i}{z + i}$$

ב. (1) מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $z^5 = -i$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

(2) מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב(2).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O - ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$ .

$a$  הוא פרמטר,  $-2 < a < 2$ .

א. הראה שהפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר

ה- $x$  (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה

(אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I–III) המתארים את גרף

הפונקציה  $f(x)$  כתלות בפרמטר  $a$ .

כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)–(3) של  $a$ :

$$(1) \quad 0 < a < 2$$

$$(2) \quad -2 < a < 0$$

$$(3) \quad a = 0$$

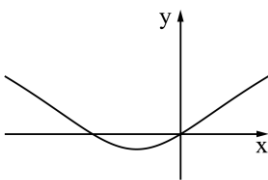
כתוב איזה מתחומי הערכים (1)–(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

ענה על סעיף ה בעבור  $a$  המקיים  $-2 < a < 0$ .

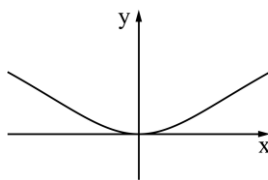
נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר

ה- $x$ .

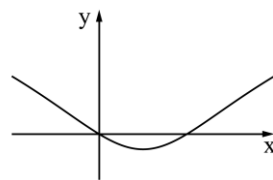
ה. הבע באמצעות  $a$  ו- $S$  את האינטגרל:  $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$



I



II

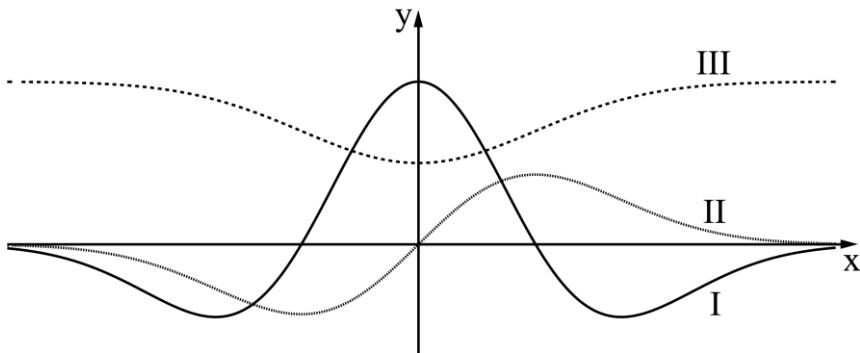


III



לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$ , המוגדרות לכל  $x$ . הגרף III נמצא כולו מעל הגרף II.

5.



א. התאם כל אחד מן הגרפים I, II, III לפונקציות  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$ .  
נמק את קביעתך.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $f'(x)$ , כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.  
נתון כי  $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$ .

ב. מצא בעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל-  $1 + \frac{1}{2e}$ .

ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

**תשובות למבחן בגרות 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב:**

1. א.  $(x-a)^2 + y^2 = a^2$ . ב.  $y^2 = 4ax, x \neq 0$ . ג.  $a = 3$ . ד.  $(3, 3)$ .

2. א.  $\overline{OP} = -\frac{1}{2}\underline{u} + (t - \frac{1}{2})\underline{v} + (1-t)\underline{w}$ . ב.  $t = \frac{1}{2}$ . ג.  $t = 1, t = \frac{2}{3}$ . ד.  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}$ .

3. א. (1)  $z^4, -iz^3, -z^2, iz$ . (2) הוכחה.

ב. (1)  $\text{cis}342^\circ, \text{cis}270^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}54^\circ$ .

(2)  $\text{cis}342^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}54^\circ$ . ג.  $\text{cis}258^\circ, \text{cis}138^\circ$ .

4. א. הוכחה. ב.  $(0,0)$ ,  $(-a,0)$ . ג.  $\min(-\frac{a}{2}, \ln(1-\frac{a^2}{4}))$ .

ד. I (1) . II (2) . III (3) . ה.  $-a \ln 4 - S$ .

5. א.  $f$  . II :  $f'$  . I :  $f''$ .

ב.  $x = -1$  אורך מקסימלי.  $x = \frac{1}{2}$  אורך מינימלי. ג.  $f(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + 1$ .



### הרשמו לאתר מייגבע וקבלו

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**ונ** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למגוון שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מספר 34

חורף תש"ף, 2020

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

הנקודה A נמצאת על האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ברביע הראשון. a ו-b הם

פרמטרים חיוביים.

נתון:  $a > b$ , אורך הציר הגדול של האליפסה הוא 13.

$F_1$  ו- $F_2$  הם מוקדי האליפסה.

היקף המשולש  $F_1AF_2$  הוא 25 ושטחו 12.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A עוברת פרבולה שמשוואתה היא  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$  ואינו שלם).

דרך נקודה A העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה L.

ג. מצא את שיעור ה-x של הנקודה L.

הפרבולה והאליפסה נחתכות בנקודה נוספת, B.

הנקודה D נמצאת על הישר AB.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל נקודות

מפגשי התיכונים במשולשים ALD.



1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2. 



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- הישר  $l$  עובר דרך ראשית הצירים,  $O$ , ומאונך למישור  $\pi$ .  
הנקודה  $p(-1, -1, 2)$  היא נקודת החיתוך של הישר  $l$  והמישור  $\pi$ .  
א. מצא את משוואת הישר  $\pi$ .  
 $OABCD$  היא פירמידה ישרה שבסיסה,  $ABCD$ , הוא מלבן הנמצא על המישור  $\pi$  (הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים).  
הנקודות  $A$  ו- $B$  הן נקודות החיתוך של המישור  $\pi$  עם ציר ה- $x$  ועם ציר ה- $y$  בהתאמה.  
ב. (1) מצא את שיעורי הקודקודים  $A$  ו- $B$ .  
(2) מצא את שיעורי הקודקודים  $C$  ו- $D$ .  
ג. חשב את גודל הזווית בין הפאה הצדדית  $AOB$  בפירמידה  $OABCD$  ובין בסיס הפירמידה.  
הנקודות  $F(-4, -2, 0)$  ו- $G(-2, -4, 0)$  נמצאות על הקטע  $AB$ .  
ד. (1) הראה כי  $|FG| = \frac{1}{3}|AB|$ .  
(2) מצא שיעורים של שתי נקודות,  $H$  ו- $I$ , כך שנפח הפירמידה  $OFGHI$  הוא  $\frac{1}{3}$  מנפח הפירמידה  $OABCD$ . נמק את תשובתך.

3. 



- א. פתור את המשוואה  $z^3 = -1$  ( $z$  הוא מספר מרוכב). פרט את חישוביך.  
ב.  $a_n$  היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא  $2i$ .  
ג. הראה כי לכל  $n$  טבעי  $a_{n+4} = 16a_n$ .  
הנקודות  $A, B, C$  ו- $D$  במישור גאוס מייצגות את איברי הסדרה  $a_1, a_2, a_3$  ו- $a_4$  בהתאמה.  
א.  $a_1$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה  $z^3 = -1$ .  
הנקודה  $A$  נמצאת ברביע הראשון.  
ג. (1) סרטט סקיצה של המרובע  $ABCD$ .  
(2) מצא את שטח המרובע  $ABCD$ .

ד. הנקודות  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  ו- $D'$  מייצגות את איברי הסדרה  $a_5, a_6, a_7$   
 ו- $a_8$  בהתאמה. מצא את היחס בין שטח המרובע  $A'B'C'D'$  ובין שטח

$$\text{המרובע } ABCD \left( \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} \right) \cdot \text{נמק.}$$

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{\left(\frac{a}{x-1}\right)} + c$ .  $a$  ו- $c$  הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$  היא

$y = 1$ , הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $(0, e^{-4})$ .

ב. מצא את הערך של  $c$  ואת הערך של  $a$ .

ג. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה)?

לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול יחידה בנקודה שבה  $x = -1$ .

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) לאילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.

ה. העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הפיתול שלה. המשיק עובר בראשית הצירים.

הסבר מדוע השטח הנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף

הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$  קטן מ- $\frac{1}{2}e^{-2}$ .

4.





נתונה פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ :  $f'(x) = \frac{\ln(-x)+2}{x}$ .

לפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו- $f''(x)$  יש אותו תחום הגדרה.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  והקעירות כלפי מטה  $\cap$  של

הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית

הנגזרת,  $f'(x)$ ?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .

נתון:  $f(-e^{-2}) = 0$ .

ג. (1) מצא ביטוי אלגברי לפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות למבחן בגרות מספר 34 – חורף תש"ף, 2020:

1. א.  $\frac{x^2}{42.25} + \frac{y^2}{6.25} = 1$ , אפשר גם:  $\frac{4x^2}{169} + \frac{4y^2}{25} = 1$ .

ב.  $A(3.9, 2)$ . ג.  $x_L = -3.9$ . ד.  $x = 1.3$ .

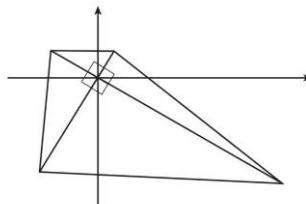
2. א.  $x + y - 2z + 6 = 0$ . ב.  $(1) A(-6, 0, 0)$ ,  $(2) B(0, -6, 0)$ ,  $C(4, -2, 4)$ ,  $D(-2, 4, 4)$

ג.  $35.26^\circ$ . ד. (1) הוכחה. (2) למשל:  $I(0, 2, 4)$ ,  $H(2, 0, 4)$

3. א.  $\text{cis}60$ ,  $\text{cis}180$ ,  $\text{cis}300$ , אפשר גם  $-1$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . ב. הוכחה.

(2) 25. ד. היחס הוא 256

ג. (1)

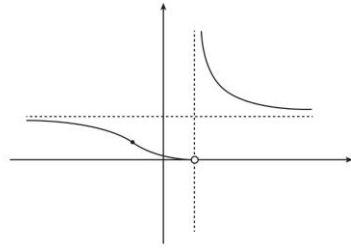


4. א.  $x \neq 1$  . ב.  $c=0, a=4$  . ג. (1) עלייה: אין, ירידה:  $x > 1, x < 1$  .

(2) הפונקציה חיובית בכל תחום הגדרתה.

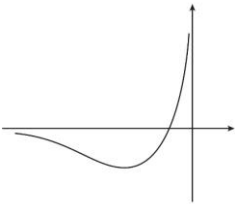
(2)  $0 < k < 1$  או  $k > 1$  . ה. הוכחה

ד. (1)

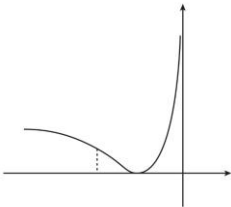


5. א. (1)  $x < 0$  . (2) עלייה:  $-\frac{1}{e^2} < x < 0$  , ירידה:  $x < -\frac{1}{e^2}$  . (3)  $-\frac{1}{e} < x < 0$  :  $\cup$

ב. (1)  $x=0, y=0$  . (2)  $x < -\frac{1}{e}$  :  $\cap$



ג. (1)  $f(x) = \frac{\ln^2(-x)}{2} + 2\ln(-x) + 2$  . (2)





## מבחן בגרות מספר 35

קיץ תש"ף, 2020, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.1.  $OMG$  הוא משולש. הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.  
 מן הנקודה  $M(2,6)$  הורידו גובה לצלע  $OG$ .  
 נתון כי אורך הגובה שהורידו הוא 6.  
 א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $G$  המתקבלות  
 באופן הזה נמצא על שני ישרים, ומצא את משוואותיהם של  
 הישרים.

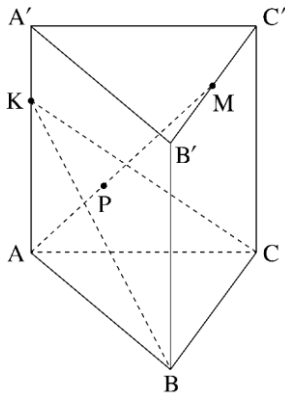


מעגל שמרכזו בנקודה  $M$  משיק לשני הישרים שמצאת בסעיף א  
 בנקודות  $P$  ו- $Q$ .

ב. (1) רשום את משוואת המעגל.  
 (2) מצא את שיעורי הנקודות  $P$  ו- $Q$ .

ג. האם המרובע  $OPMQ$  הוא בר חסימה במעגל? נמק.  
 אם כן, מצא את משוואת המעגל החוסם אותו.





נתונה מנסרה ישרה משולשת

.  $ABCA'B'C'$

נתון: הנקודה M היא אמצע הקטע

.  $B'C'$

הנקודה K נמצאת על הקטע  $AA'$

ומקיימת  $AK = 2KA'$

נסמן:  $\overline{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overline{KC} = \underline{v}$ ,  $\overline{KB} = \underline{u}$

א. הבע את  $\overline{AM}$  באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{u}$ .

P היא נקודה על AM המקיימת:

$\overline{KP} = \alpha \underline{u} + \beta \underline{v}$  (הם סקלרים).

ב. מצא את  $\alpha$  ו-  $\beta$ .

נתון:  $P(0, 4, 6)$ ,  $\underline{u} = (5, 5, -5)$ ,  $\underline{v} = (10, -5, 0)$ .

ג. (1) הסבר מדוע הנקודה P נמצאת על המישור KBC.

(2) מצא את משוואת המישור KBC.

(3) מצא את שיעורי הנקודה K.

$z_1$  ו-  $z_2$  הם שני מספרים מרוכבים שונים.

נתון:  $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ,  $z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + i \sin \frac{7\alpha}{3}$ ,

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,

$\frac{z_1}{z_2}$  הוא מספר ממשי.

א. (1) מצא את  $\alpha$  ואת  $\frac{z_1}{z_2}$ .

(2) הראה כי  $z_1 \cdot z_2$  הוא מספר מדומה.

נתון:  $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$ .

ב. מצא את כל הפתרונות המשוואה  $z^3 = w^6$ .

ג. (1) האם הפתרונות שמצאת בסעיף ב יכולים להתאים

לקודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס?

אם כן, מצא את שיעוריהם של שאר קודקודי המשושה.

(2) תן דוגמה למספר טבעי  $n > 6$  שבעבורו הפתרונות שמצאת

בסעיף ב מהווים קודקודים של מצולע משוכלל בעל n

קודקודים.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

3.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות  
ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln((e^x - b)^2 + 1)$ .  $b$  הוא פרמטר.  
ענה על סעיף א. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות  $b$ .  
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
(2) נמק מדוע  $f(x) \geq 0$  בכל תחום ההגדרה של הפונקציה  
 $f(x)$ .  
(3) מצא את המשוואה של האסימפטוטה האופקית של  
הפונקציה  $f(x)$ .  
(4) קבע בעבור אילו ערכים של  $b$  יש לפונקציה  $f(x)$  נקודת  
קיצון, ואם יש כזאת, מצא את שיעוריה, והראה שהיא  
נקודת מינימום.  
(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $b = 2$ .
- ב. מצא את כל הערכים של  $b$  שבעבורם הישר  $y = \ln 5$  הוא  
אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.
- ג. נתון כי בעבור אחד מן הערכים של  $b$  שמצאת בסעיף ב, אין  
לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון.  
בעבור הערך הזה של  $b$ , קבע אם הפונקציה  $f(x)$  עולה או  
יורדת. נמק.



נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x(x-5)$ , המוגדרת לכל  $x$ .  
 א. הראה כי  $f'(x) = e^x(x-4)$  וכי  $f''(x) = e^x(x-3)$ .

ב.  $f^{(n)}(x)$  היא הנגזרת מסדר  $n$  של  $f(x)$  (למשל  $f^{(3)}(x) = f'''(x)$ ).  
 נתונה החוקיות:  $f^{(n)}(x) = e^x(x-5+n)$  בעבור כל  $n$  טבעי.

ג. מצא את  $f'''(x)$ , והראה כי החוקיות הנתונה מתקיימת בעבורה.

ד. ענה על סעיף ג. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות  $n$ .

ה. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f^{(n)}(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f^{(n)}(x)$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f^{(n)}(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) הראה כי הגרפים של הפונקציות  $f^{(m)}(x)$  ו- $f^{(k)}(x)$  אינם נחתכים בעבור שני מספרים טבעיים שונים  $m$  ו- $k$ .

(5) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו- $f''(x)$ , וכתוב איזה מן הגרפים מתאים לכל אחת מן הפונקציות.

ו. הסתמך על החוקיות הנתונה, ומצא לפונקציה  $f(x)$  פונקציה קדומה,  $F(x)$ , אם נתון כי הגרף של הפונקציה  $F(x)$  עובר בראשית הצירים.  
 אמת את תשובתך על ידי גזירה.

### תשובות למבחן בגרות 35 – קיץ תש"ף 2020, מועד א-

1. א.  $y = -\frac{3}{4}x$ ,  $y = 0$ . ב.  $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 36$  (1).

(2)  $(2, 0)$ ,  $(-1.6, 1.2)$ . ג.  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$ .

2. א.  $\overline{AM} = \frac{5}{3}w + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v$ . ב.  $\alpha = \frac{1}{5}$ ,  $\beta = \frac{1}{5}$ .

ג. (1) לפי תכונות קומבינציה לינארית.

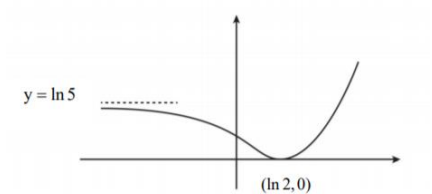
(2)  $x + 2y + 3z - 26 = 0$ . (3)  $K(-3, 4, 7)$ .

3. א.  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ ,  $\frac{z_1}{z_2} = \text{cis}(-\pi) = -1$  (1)

ב.  $z_1 \cdot z_2 = i$  (2)  
 $2\text{cis}\frac{1}{6}\pi$ ,  $2\text{cis}\frac{5}{6}\pi$ ,  $2\text{cis}\frac{3}{2}\pi$

ג. (1) כן.  $(0, 2), (-\sqrt{3}, -1), (\sqrt{3}, -1)$  (2)  $n = 9$

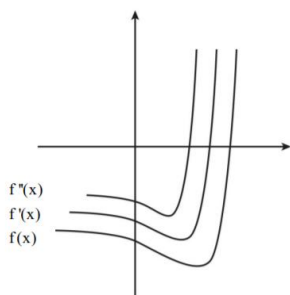
4. א. (1) כל  $x$ . (2) התוכן גדול מ-1 לכל  $x$ . (3)  $y = \ln(b^2 + 1)$   
 ב.  $b > 0$ ,  $\min(\ln b, 0)$  (4) (5)



ב.  $b = 2$ ,  $b = -2$ . ג. עבור  $b = -2$  אין נקודות קיצון והפונקציה  $f(x)$  עולה.

5. א. הוכחה. ב.  $f'''(x) = e^x(x-2)$ . ג. (1)  $(0, n-5)$ ,  $(5-n, 0)$   
 (2)  $y = 0$  (3)  $\min(4-n, -e^{4-n})$

(4) הוכחה. (5)



ד.  $F(x) = e^x(x-6) + 6$



## מבחן בגרות מספר 36

קיץ תש"ף, 2020, מועד ב

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מן השאלות 1-3.

1. הישר  $4x - 3y = 0$  משיק למעגל שמרכזו  $(5a, 0)$ .  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את משוואת המעגל באמצעות  $a$ .

מנקודה  $G$ , הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר, המשיק למעגל בנקודה  $K$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $G$  שבעבורן המרחק  $GK$  שווה למרחק שלהן מן הישר  $x = -3a$  וצייר סקיצה שלו.

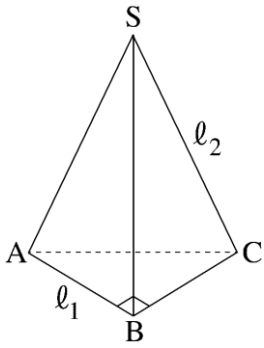
נתון: אורך הקטע  $GK$  הקצר ביותר האפשרי הוא 7.5.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודה  $G$  שבעבורה אורך הקטע  $GK$  הוא 7.5? נמק.

(2) מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ . נמק.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



נתונים שני ישרים :

$$l_1 : \underline{x} = (6, 10, -7) + k(3, 5, -4)$$

$$l_2 : \underline{x} = (15, 0, 6) + t(9, 0, 13)$$

ונתון הווקטור  $\underline{u} = (6, 0, -8)$ .

הנקודה A נמצאת על הישר  $l_1$

והנקודה C נמצאת על הישר  $l_2$

כך ש-  $\overline{AC} = \underline{u}$ .

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-C.
- SABC היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABC, הוא משולש ישר זווית ( $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ). הנקודה S נמצאת על הישר  $l_2$  והנקודה B נמצאת על הישר  $l_1$ .
- ב. מצא את שיעורי הנקודה B.
- ג. מצא את משוואת המישור ABC.
- ד. מן הנקודה C העלו אנך למישור ABC.
- ה. חשב את הזווית שבין האנך ובין הישר  $l_2$ .





$z$  הוא מספר מרוכב.

א. פתור את המשוואה  $z^5 = 2^5$ .

הנקודות  $A_n, \dots, A_2, A_1$  במישור גאוס מתאימות לפתרונות המשוואה  $z^n = 2^n$  ( $n \geq 3$  הוא מספר טבעי). חיברו את הנקודות

$A_n, \dots, A_2, A_1$  ויצרו מצולע משוכלל קמור.

נתון כי שטח המצולע שהתקבל שווה ל- $n$ .

ב. מצא את  $n$ .

ענה על הסעיפים ג-ד בעבור הערך של  $n$  שמצאת בסעיף ב.

$w = a + bi$  הוא פתרון של המשוואה  $z^n = 2^n$  כך ש-  $a \cdot b > 0$  [כלומר:  $\text{Re}(w) \cdot \text{Im}(w) > 0$ ]

ג. באילו רביעים נמצאים פתרונות  $w$  כאלה?

ארבע הנקודות הנמצאות ברביעים שמצאת בסעיף ג הן קודקודיו של מלבן.

אם מכפילים כל אחד מן המספרים המתאימים לארבע הנקודות הללו במספר  $z_0 = \cos \theta + i \sin \theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ), מתקבל מלבן חדש, שצלעותיו מקבילות לצירים.

ד. מצא את הזווית  $\theta$ . נמק.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

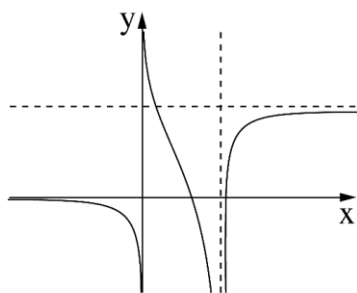
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - ae^x + 3}$ .  $a$  הוא פרמטר.

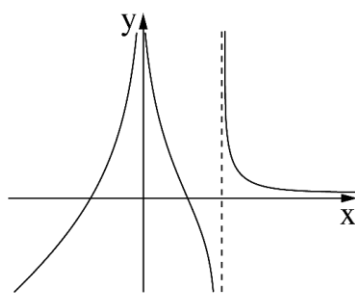


הפונקציה  $f(x)$  אינה מוגדרת בעבור  $x = 0$ .

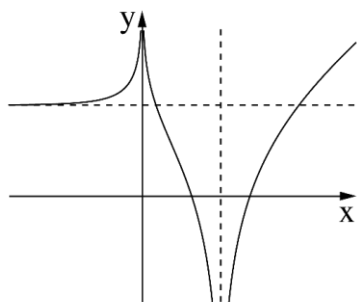
- א. (1) מצא את  $a$  ואת תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. אחד מן הגרפים I – IV שבסוף השאלה מתאר פונקציה קדומה לפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת בתחום ההגדרה של  $f(x)$ . איזה מהם מתאר אותה? נמק.
- ד. נתונה הפונקציה  $h(x) = f(x+k)$ . עבור איזה ערך של  $k \neq 0$  יש לפונקציה  $h(x)$  אסימפטוטה שמשוואתה היא  $x = 0$ ? נמק.



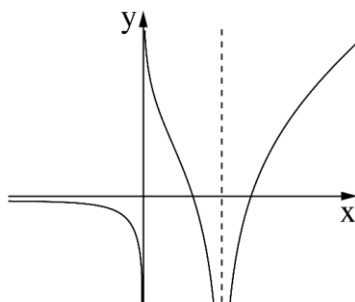
II



I



IV



III





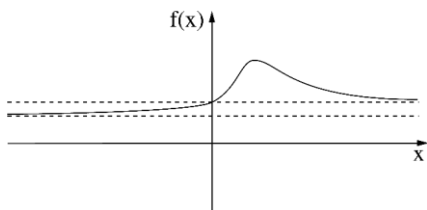
הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x) = \ln(f(x))$  מוגדרות וגזירות לכל  $x$ .  
 א. הראה כי לפונקציה  $f(x)$  ולפונקציה  $\ln(f(x))$  יש נקודות קיצון באותם שיעורי  $x$  ושנקודות הקיצון הללו הן מאותו הסוג (מינימום/מקסימום).

בציר שלפניך מתואר גרף של פונקציה  $f(x)$ , כך ש-  $f(x) > 0$ .  
 $g(x) = \ln(f(x))$  מוגדרת וגזירות לכל  $x$ . לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון יחידה ששיעוריה הם  $(1, 2)$ , ושתי אסימפטוטות:

אסימפטוטה שמשוואתה היא  $y = 1$ , ואסימפטוטה נוספת

שמשוואתה היא  $y = \frac{2}{3}$ . גרף

הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה-  $y$  כאשר  $y = 1$ .



ענה על סעיף ב בהסתמך על הגרף המתואר בציר.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ?

(3) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לצירים?

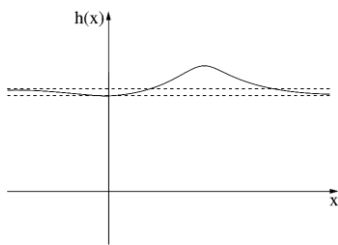
(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ . נמק.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נגדיר  $h(x) = f(x) - g(x)$ .

לפניך סרטוט של גרף

הפונקציה  $h(x)$ .



ג. (1) מצא את שיעורי נקודות

הקיצון של הפונקציה  $h(x)$ , קבע

את סוגן בעזרת הגרף.

(2) הנקודה A נמצאת על גרף

הפונקציה  $f(x)$  והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $g(x)$  כך

שהקטע AB מאונך לציר ה-  $x$ . מהו שיעור ה-  $x$  שבעבורו אורך

הקטע AB הוא 1? נמק.

תשובות למבחן בגרות 36 – קיץ תש"ף, 2020, מועד ב:

1. א.  $(x-5a)^2 + y^2 = 16a^2$  . ב.  $y^2 = 16ax$  . ג.  $G(0,0)$  (1) . ד.  $a = 2.5$  (2)

2. א.  $A(0,0,1)$  ,  $C(6,0,-7)$  . ב.  $B(3,5,-3)$  . ג.  $4x+3z-3=0$  . ד.  $18.43^\circ$

3. א.  $2\text{cis}288^\circ$  ,  $2\text{cis}216^\circ$  ,  $2\text{cis}144^\circ$  ,  $2\text{cis}72^\circ$  ,  $z = 2$  . ב.  $n = 12$

ג. רביעים I, III

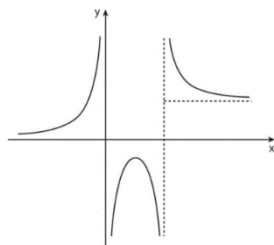
ד.  $\theta = 45^\circ$

4. א. (1)  $a = 4$  , תחום הגדרה:  $x \neq 0$  ,  $x \neq \ln 3$  (2)  $x = \ln 3$  ,  $x = 0$  ,  $y = 2$  ,  $y = 0$

(3) תחומי עליה:  $0 < x < \ln 1.5$  ,  $x < 0$  תחומי ירידה:  $\ln 3 < x$  ,

$\ln 1.5 < x < \ln 3$

ב.

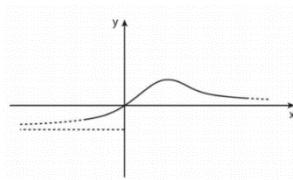


ג. גרף IV . ד.  $k = \ln 3$

5. א. הוכחה . ב. (1) כל  $x$  . (2)  $\max(1, \ln 2)$  . (3)  $y = \ln \frac{2}{3}$  ,  $y = 0$  ,

(4) תחומי חיוביות:  $0 < x$  . תחומי שליליות:  $x < 0$

(5)



ג. (1)  $\max(1, 1.306)$  ,  $\min(0, 1)$  . (2)  $x = 0$

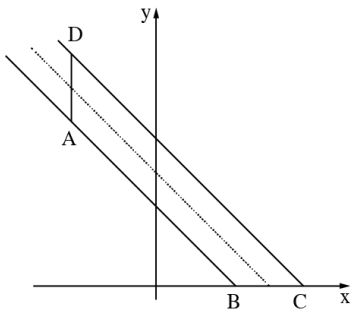


## מבחן בגרות מספר 37

### חורף תשפ"א, 2021, מועד א

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים

מרוכבים



1.  $ABCD$  טרפז ( $AB \parallel DC$ ).

נתון: המרחק בין בסיסי הטרפז,  $AB$  ו- $DC$ ,

הוא  $\sqrt{2}$ , קטע האמצעים של הטרפז  $ABCD$

נמצא על הישר  $x + y - 4 = 0$ .

א. מצא את משוואות הישרים שבסיסי

הטרפז נמצאים עליהם.

נתון: השוק  $BC$  נמצאת על ציר ה- $x$ .

מעבירים פרבולה קנונית  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ )

כך שהקודקודים  $A$  ו- $D$  של הטרפז נמצאים על מדריך הפרבולה,

ומוקד הפרבולה נמצא על הקודקוד  $B$  או על הקודקוד  $C$ .

ב. (1) מהי משוואת הפרבולה שבעבורה הטרפז  $ABCD$  הוא

הגדול מבין שני הטרפזים האפשריים? נמק.

(2) מהי משוואת הפרבולה שבעבורה הטרפז  $ABCD$  הוא

הקטן מבין שני הטרפזים האפשריים?

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את שתי הפרבולות

שמצאת בסעיף ב בשתי נקודות,  $E$  ו- $F$ .

מצא את משוואת המקום הגיאומטרי שעליו מונחים אמצעי

הקטעים  $EF$  באופן זה.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



ABC הוא משולש.

$$\text{נסמן: } \overline{AC} = \underline{v}, \overline{AB} = \underline{u}.$$

נתון:  $A(0, 2, -1)$ ,  $B(-3, 2, 2)$ , הנקודה  $D(-2, 3, 1)$  נמצאת על

$$\text{הקטע BC כך ש- } \overline{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}.$$

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה C והוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

(2) מצא את משוואת המישור ABC.

הנקודה E נמצאת במישור ABC כך ש-ABEC הוא מלבן.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים במלבן זה.

S היא נקודה כך ש-MS מאונך למישור ABEC.

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית לישר MS, והסבר מדוע לכל

נקודה S כזו SABEC היא פירמידה ישרה.

(2) תן דוגמה לשיעורים של נקודה S כמתואר בתת סעיף ב(1).

בעבור הנקודה S שמצאת, חשב את הזווית SAB.

(3) בעבוד הנקודה S שמצאת, האם קיימת נקודה נוספת,

P כך ש-PABEC היא פירמידה ישרה שבעבורה מתקיים

$\sphericalangle SAB = \sphericalangle PAB$ ? אם כן, מצא את שיעוריה. אם לא, נמק.



3. נתונה המשוואה  $i \cdot z^6 = \frac{1}{64}$  (z הוא מספר מרוכב).

א. מצא את כל פתרונות המשוואה הנתונה.

פתרונות המשוואה הנתונה מתאימים לקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ב. הראה שלכל אחד מקודקודי המצולע קיים קודקוד אחד בדיוק כך שהישר שמחבר ביניהם עובר דרך ראשית הצירים.

כופלים כל אחד מפתרונות המשוואה הנתונה במספר מרוכב קבוע, w.

ג. הסבר מדוע סכום המספרים שהתקבלו הוא אפס.

$$\text{נתון : } w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

ד. כתוב משוואה שפתרונותיה הם 12 המספרים : פתרונות המשוואה הנתונה בתחילת השאלה והמספרים שהתקבלו לאחר ההכפלה ב-w.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{-4}{e^{2x} - 4e^x + 3}$ .



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
- (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הסבר מדוע לכל  $b < 0$  מתקיים:  $\int_{b-3}^b f(x) dx < -4$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{k}{f(x)}$ , שתחום הגדרתה זהה לתחום

ההגדרה של הפונקציות  $f(x)$ . הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה  $g(x)$  יש נקודת מינימום.

ג. מהו תחום הערכים האפשריים בעבור  $k$ ? נמק.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{1}{(\ln(x))^3 - 1} + 1$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואת האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הישר  $y = k$  אינו חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  ( $k$  הוא פרמטר). מצא את  $k$ . נמק.

ג. נגדיר  $T(x) = \int_{e^{-1}}^x f(x) dx$   $e^{-1} \leq x < e$

(1) לפינג שלושה ערכי  $x$ , (I-III).

בעבור איזה מהם הערך של  $T(x)$  הוא הכי גדול? נמק.

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{I}$$

$$x = 1 \quad \text{II}$$

$$x = 2 \quad \text{III}$$

(2) הסבר מדוע בעבור כל  $e^{-1} \leq x < e$  מתקיים:  $T(x) < 1$ .

תשובות למבחן בגרות 37 – חורף תשפ"א, 2021, מועד א:

1. א.  $x+y-5=0: CD$  ,  $x+y-3=0: AB$  . ב.  $y^2 = 20x$  (1)  $y^2 = 12x$  (2) . ג.  $y^2 = 15x$  .

2. א. (1)  $C(0,5,-1)$  , הוכחה  $(AB \perp AC)$  (2)  $x+z+1=0$  .

ב. (1)  $(-1.5, 3.5, 0.5) + t(1, 0, 1)$  , הסבר .

(2) דוגמה:  $S(-1, 3.5, 1)$  ,  $\sphericalangle SAB = 38.016^\circ$  .

(3)  $P(-2, 3.5, 0)$  .

3. א.  $\frac{1}{2} \text{cis } 345^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 285^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 225^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 165^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 105^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 45^\circ$  .

ב. הוכחה . ג. הוכחה .

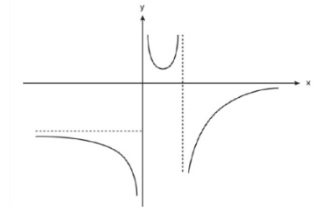
ד.  $z^{12} + \frac{1}{4096} = 0$  , אפשר גם:  $(z^6 - \frac{1}{64}i)(z^6 + \frac{1}{64}i) = 0$  .

4. א. (1)  $x \neq 0$  ,  $x \neq \ln 3$  (2)  $x = 0$  ,  $x = \ln 3$  ,  $y = 0$  ,  $y = -\frac{4}{3}$  .

(3)  $(\ln 2, 4)$  מינימום .

(4) עלייה:  $\ln 3 < x$  או  $\ln 2 < x < \ln 3$  , ירידה:  $0 < x < \ln 2$  או  $x < 0$  .

(5)



ב. הוכחה .

ג.  $k < 0$  .

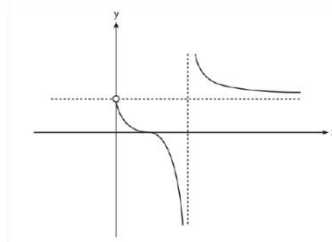


5. א. (1)  $x \neq e, x > 0$  (2)  $y = 1$  .

(3) עלייה: אין, ירידה:  $x > e$  או  $0 < x < e$  .

(4)  $(1, 0)$  .

(5)



ב.  $k = 1$  .

ג. (1)  $x = 1$  (2) הסבר .



### הרשמו לאתר מייגבע וקבלו

**גם** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**וגם** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למגוון שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מספר 38

### חורף תשפ"א, 2021, מועד נבצרים

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

הן שתי נקודות שונות הנמצאות על  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$

הפרבולה  $y^2 = 36x$  ברביע הראשון.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר AB הוא  $m = \frac{36}{y_2 + y_1}$ .

(2) הנקודה  $(x, 7\frac{1}{2})$  היא אמצע המיתר AB. מצא את m.

ב. נתון: המרחק של כל נקודה על הפרבולה הנתונה מן

הישר  $x = a$  שווה למרחק של נקודה זו מן הנקודה  $(9, 0)$ .

מרחק הנקודה A מן הישר  $x = 0.75a$  הוא 7.

(1) מהו הערך של a? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר AB.

1.



סדקו אותי  
לצפייה בפתרון

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ( $AB \parallel DC$ ) (ראה סרטוט).

נתון:  $\angle DAB = 120^\circ$ .

נסמן:  $\overrightarrow{AB} = t\mathbf{u}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \mathbf{v}$ ,  $\overrightarrow{DC} = \mathbf{u}$ . (הוא סקלר).

א. (1) הבע את  $t$  באמצעות  $|\mathbf{v}|$  ו- $|\mathbf{u}|$ .

(2) הבע את הווקטור  $\overrightarrow{BC}$  באמצעות  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$ ,

$$|\mathbf{v}| \text{ ו-} |\mathbf{u}|.$$

נתון:  $\mathbf{v} = (-1, y, 0)$ ,  $\mathbf{u} = (8, 6, -10)$ .

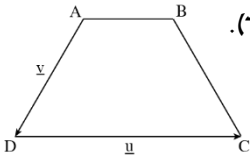
ב. (1) מצא את שיעור ה- $y$  של הווקטור  $\mathbf{v}$

(מצא את שני הערכים)

(2) עבור איזה ערך משני הערכים של  $y$  שמצאת בתת סעיף

ב(1), הבסיס DC הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו?

נמק.





א. נתון מספר מרוכב  $z = r \cdot [\cos \theta + i \cdot \sin \theta]$

הסבר מדוע מתקיים:  $r \cdot [\cos(180^\circ + \theta) + i \cdot \sin(180^\circ + \theta)] = -z$

$z_1, z_2$  ו- $z_3$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים.

הנקודות המייצגות אותם במישור גאוס נמצאות על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.

הנקודות המייצגות את  $z_1$  ו- $z_2$  נמצאות ברביע הראשון, והנקודה

המייצגת את  $z_3$  נמצאת ברביע השלישי.

נסמן  $z_1 = r_1 (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$

ב. הוכח כי המנה  $\frac{z_2 + z_3}{z_1 - z_3}$  היא מספר ממשי.

נתון גם כי הנקודות במישור גאוס המייצגות את המספרים  $z_1$  ו- $z_3$

נמצאות על מעגל היחידה, ו- $\frac{z_2 + z_3}{z_1 - z_3} = \frac{5}{4}$

ג. חשב את הערך המוחלט של  $z_2$ .

ד.  $z_4$  הוא הצמוד של  $z_3$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות

במישור גאוס המייצגות את המספרים  $z_2, z_3, z_4$ .



נתונה הפונקציה  $f(x) = 4e^{\sqrt{x}}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתונות הפונקציות:  $h(x) = f(x^2)$ ,  $g(x) = 2 \cdot f'(x)$  בתחום  $x > 0$ .

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

קבע את סוגה, והראה כי הנקודה הזאת נמצאת על גרף

הפונקציה  $h(x)$ .

נתון: הגרפים של שתי הפונקציות  $g(x)$  ו- $h(x)$  נפגשים בנקודה

אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).

ג. סרטט את הגרפים של שתי הפונקציות  $g(x)$  ו- $h(x)$  באותה

מערכת צירים.

ד. נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,

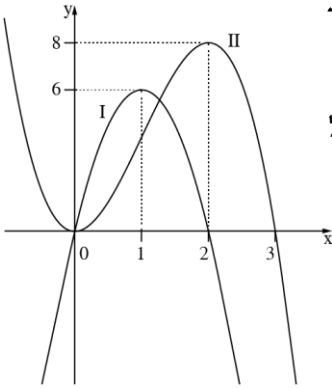
גרף הפונקציה  $h(x)$  ועל ידי הישר  $x = a$ ,  $a > 1$ ,

שווה ל-  $e^4 + 4e - 2 \cdot f(a)$ .

מצא את הערך של  $a$ . תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.



הגרפים I, II שבסרטוט שלפניך מתארים שתי פונקציות המוגדרות בתחום  $-1 \leq x \leq 4$ .



אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$ , והאחר הוא של פונקציית הנגזרת שלה,  $f'(x)$ .  
א. קבע מי מבין הגרפים I ו-II הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

הסתמך על הסרטוט וענה על סעיף ב.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של

הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מה הן האסימפטוטות של

הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של

הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(5) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובות למבחן בגרות 38 – חורף תשפ"א, 2021, מועד נבצרים:**

1. א. (1) הוכחה (2)  $m = 2.4$  ב. (1)  $a = -9$  (2)  $y = 2.4x + 2.4$ .

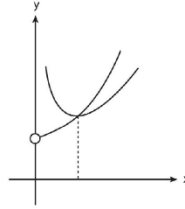
2. א. (1)  $t = 1 - \frac{|y|}{|u|}$  (2)  $\vec{BC} = \frac{|y|}{|u|} \vec{u} + \vec{v}$ .

ב. (1)  $y = -7$ ,  $y = \frac{1}{7}$  (2)  $y = -7$ .

3. א. הוכחה ב. הוכחה ג.  $|z_2| = 3.5$  ד.  $2.25 \sin 2\alpha$ .

4. א.  $0 \leq x$  ב.  $(1, 4e)$ .

ג.



ד.  $a = 4 - \ln 4$

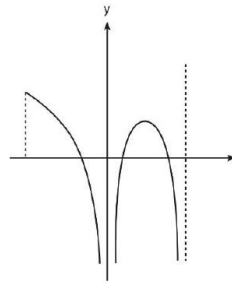
5. א.  $f(x)$  - גרף II,  $f'(x)$  - גרף I.

ב. (1)  $0 < x < 3$ ,  $-1 \leq x < 0$  (2)  $x = 0$ ,  $x = 3$ .

(3)  $(2, \ln 8)$  מקסימום.

(4) עלייה  $0 < x < 2$ , ירידה  $2 < x < 3$  או  $-1 < x < 0$ .

(5)



## מה הקטע של סימני ה-ליד נל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר  
מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA

02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL



## מבחן בגרות מספר 39

### חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

נתון: נקודה  $K$  נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 4px$  ( $p > 0$ ).

שיעור ה- $y$  של נקודה  $K$  הוא 12.

המרחק בין הנקודה  $K$  ובין מוקד הפרבולה הוא 20.

א. מצא את  $p$  (מצא את שתי האפשרויות).

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נסמן את הערכים של  $p$  שמצאת בסעיף א ב- $p_1$  ו- $p_2$ .  $p_1 < p_2$ .

ישר מן הצורה  $y = mx$  ( $m \neq 0$ ) חותך את הפרבולה  $y^2 = 4p_1x$

בראשית הצירים ובנקודה נוספת,  $A$ , ואת הפרבולה  $y^2 = 4p_2x$

בראשית הצירים ובנקודה נוספת,  $B$ .

הצב את הערכים  $p_1$  ו- $p_2$  שמצאת, וענה על סעיפים ב-ג.

ב. הבע את שיעורי נקודה  $A$ , ואת שיעורי נקודה  $B$

באמצעות  $m$ .

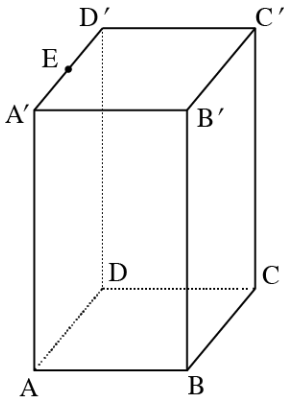
בעבור כל ישר  $y = mx$  ( $m \neq 0$ ), נסמן ב- $M$  את אמצע הקטע  $AB$

הנוצר באופן המתואר.

ג. מצא את משוואת המקום הגיאומטרי שעליו נמצאות

הנקודות  $M$  האלה (ללא  $m$ ).





נתונה התיבה  $ABCD A' B' C' D'$ .  
 הנקודה  $K$  נמצאת על המקצוע  $CC'$ .  
 הנקודה  $E$  היא אמצע המקצוע  $A'D'$ .  
 (ראה סרטוט).

נסמן:  $\overline{AB} = \underline{u}$ ;  $\overline{AD} = \underline{v}$ ;  $\overline{AA'} = \underline{w}$

$\overline{CK} = t \cdot \overline{CC'}$  (הוא סקלר).  $t > 0$

נתון:  $|\underline{u}| = 3\sqrt{2}$ ;  $|\underline{v}| = 6$ ;  $|\underline{w}| = 6\sqrt{2}$ ,

$\angle EKB = 90^\circ$ .

א. מצא את  $t$ .

נסמן ב- $\pi$  את המישור  $CDA'B'$ .

ב. (1) הוכח כי הישר  $BK$  מאונך למישור  $\pi$ .

(2) הסבר מדוע הישר  $EK$  מקביל למישור  $\pi$ .

נתון:  $\underline{w} = (2, 2, -8)$ ,  $K(4, 5, -1)$ ,  $B(-1, 0, 1)$ .

ג. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .

2.



סרקו אותי  
 לצפייה בפתרון



3. א. פתור את המשוואה:  $z^2 - (1+i)z + 2i + 2 = 0$ .

אחד הפתרונות של המשוואה שפתרת נמצא ברביע הרביעי והוא

מיוצג על ידי הנקודה A במישור גאוס.

הפתרון השני מיוצג על ידי הנקודה B במישור גאוס.

דרך הנקודה B עובר מעגל שמרכזו בראשית הצירים - O.

הישר AO חותך את המעגל בנקודות C ו-D.

במעגל חסום מצולע משוכלל בעל n צלעות.

נתון כי הנקודות B, C, D הן קודקודים של המצולע.

ב. מהו ה-n האפשרי הקטן ביותר? נמק את תשובתך.

ג. בעבור הערך של n שמצאת בסעיף ב:

(1) רשום את המספרים המרוכבים המתאימים לקודקודי המצולע.

(2) כתוב משוואה שפתרונותיה הם כל המספרים המרוכבים המתאימים לקודקודי המצולע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



4. הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת וגזירה לכל  $x$ .  
הגרף שלה חותך את ציר ה- $x$  בראשית הצירים בלבד.  
נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  הן  $(1,1)$  ו- $(-1,-1)$  בלבד.  
הנגזרת של הפונקציה  $g(x)$  מתאפסת בעבור  $x = 1$  ו- $x = -1$  בלבד.  
ציר ה- $x$  הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה  $g(x)$  בעבור  $x$   
שואף לאינסוף ובעבור  $x$  שואף למינוס אינסוף.  
א. (1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
(2) רשום את תחומי החיוביות והשליליות של  $g'(x)$   
(פונקציית הנגזרת של  $g(x)$ ).

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = e^{g(x)} - g(x)$$

- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .  
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
וקבע את סוגן.  
(4) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

5. 



נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right)$ ,  $a \neq 0$  הוא פרמטר.

ענה על סעיפים א-ג בעבור  $a > 0$  ובעבור  $a < 0$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודת הקיצון של

הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f'(x)$  (נגזרת הפונקציה  $f(x)$ ) המוגדרת

באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ . נתון:  $a > 0$ .

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,

הישר  $x = \frac{2}{a}$  וציר ה- $x$ , והוכח כי השטח אינו תלוי ב- $a$ .

### תשובות למבחן בגרות 39 – חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר

1. א.  $P = 18$ ,  $P = 2$ . ב.  $A\left(\frac{8}{m^2}, \frac{8}{m}\right)$ ,  $B\left(\frac{72}{m^2}, \frac{72}{m}\right)$ . ג.  $y^2 = 40x$ .

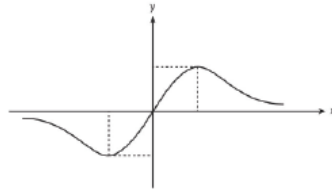
2. א.  $t = \frac{1}{2}$ . ב. (1) הוכחה (2) הוכחה. ג.  $5x + 5y - 2z - 29 = 0$ .

3. א.  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = 2i$ . ב.  $n = 8$ .

ג. (1)  $(2, 0)$ ,  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ,  $(0, -2)$ ,

(2)  $Z^8 = 256$ .  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

4. א. (1)

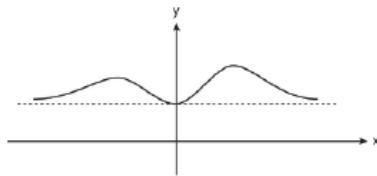


(2) חיובית:  $-1 < x < 1$ , שלילית:  $x < -1$  או  $1 < x$ .

ב. (1) כל  $x$  (2)  $y = 1$  (3) מקסימום  $(1, e-1)$ , מינימום  $(0, 1)$ ,

מקסימום  $(-1, \frac{1}{e} + 1)$ .

(4)

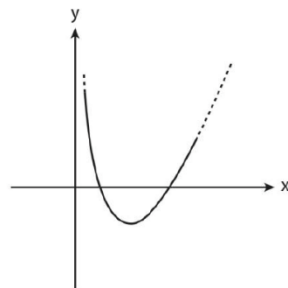
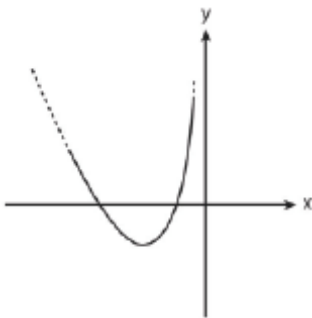


5. א.  $x < 0 : a < 0$ ,  $0 < x : 0 < a$ .

ב. מינימום  $(\frac{1}{a}, 1 + \ln a^2)$ .

ג.  $0 < a$ .

$a < 0$ :



ד.  $1 - \ln 2$ .



## מבחן בגרות מספר 40

### קיץ תשפ"א, 2021, מועד א

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון פרמטר  $a > 0$ ,  $a$ .

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות

שהמרחק שלהן מן הנקודה  $(a, 0)$  שווה למרחק שלהן

מן הישר  $x = a - 1$ .

ב. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות

שהמרחק שלהן מן הנקודה  $(0, a)$  שווה למרחק שלהן

מן הישר  $y = a - 1$ .

נתון כי שני המקומות הגאומטריים שמצאת בסעיפים א-ב

נחתכים בשתי נקודות. אחת הנקודות היא  $(2, 2)$ .

ג. (1) מצא את  $a$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך האחרת.

מחברים את שתי נקודות החיתוך של שני המקומות הגאומטריים

עם הנקודות  $(3a, 0)$  ו-  $(0, 3a)$  כך שמתקבל מרובע.

ד. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמק.

(2) חשב את שטח המרובע.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.  
נתון:  $\overline{SA} = \overline{BA}$ ,  $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ , לבסיס הפירמידה,  $\overline{SE} = t \cdot \overline{SC}$ ,  
הוא פרמטר.  $0 < t < 1$ .

נסמן:  $\overline{AB} = \underline{u}$ ,  $\overline{AD} = \underline{v}$ ,  $\overline{AS} = \underline{w}$ .

א. הבע את הוקטורים  $\overline{EB}$  ו- $\overline{ED}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ ,  $t$ .

ב. נתון:  $t = \frac{1}{2}$ .

(1) הוכח כי  $\overline{EB}$  מאונך ל- $\overline{ED}$ .

(2) הוכח כי האנך מן הנקודה E לבסיס עובר דרך נקודת

מפגש האלכסונים של המעוין.

נתון:  $A(0,0,0)$ ,  $B(6\sqrt{3},6,0)$ ,

קודקוד D נמצא על ציר ה-y בכיוון החיובי,

שיעור ה-z של הנקודה S גדול מאפס.

ג. חשב את שיעורי הקודקודים S ו-D.

ד. מצא את משוואת המישור SAB.



3. נתונה המשוואה  $z^4 = -16$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).  
א. פתור את המשוואה.

נתון: פתרונות המשוואה מייצגים קודקודים של מצולע במישור גאוס.  
ב. סרטט במערכת הצירים את המצולע שהתקבל.

כופלים ב-  $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$  כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע.

ג. מצא את שיעורי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים שהתקבלו בהכפלה.

$n$  הוא מספר טבעי,  $11 < n < 17$  ו- $c$  הוא מספר ממשי.  
כל אחד מן המספרים המרוכבים שמצאת בסעיפים הקודמים מקיים את המשוואה  $z^n = c$ .  
ד. מצא את  $n$  ואת  $c$ .

הנקודות במישור גאוס, המיוצגות על ידי כל הפתרונות של המשוואה  $z^n = c$  שמצאת בסעיף ד, יוצרות מצולע בעל  $n$  צלעות.  
ה. מצא את שטח המצולע.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



נתונה הפונקציה  $f(x) = 1 + ae^{-2x}$  המוגדרת לכל  $x$ .

$a$  הוא פרמטר,  $a > 1$ .

בטא את תשובותיך באמצעות  $a$ , לפי הצורך.

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ? נמק את תשובתך.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) ידוע כי לפונקציה  $g(x)$  יש נקודת פיתול אחת, המתקבלת

כאשר  $x = \frac{\ln(a)}{2}$ . מצא את שיעור ה- $y$  של נקודת הפיתול,

וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ג. (1) מצא את שיעור נקודת הקיצון של הפונקציה  $g'(x)$ .

(2) סרטט את גרף הפונקציה  $g'(x)$ . פרט את שיקוליך.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g'(x)$

ועל ידי הישרים  $x = 0$ ,  $y = \frac{1}{2}$ .



$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{(x+2)(x-1)}\right)$$

נתונה הפונקציה

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה

$f(x)$  המאונכת לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

(4) סרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

היעזר בתשובותיך על השאלות בסעיף א וענה על

התת-סעיפים (1)-(3) שלפניך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$

(אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ . פרט את שיקולידך.

ג. בעבור כל  $x$  המקיים  $0 < f(x) < 1$ , קבע אם המכפלה  $f(x) \cdot g(x)$

חיובית, נמק את קביעתך.

### תשובות למבחן בגרות 40 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א:

1. א.  $y^2 = 2x - 2a + 1$  ב.  $x^2 = 2y - 2a + 1$  ג.  $a = \frac{1}{2}$  ד.  $(0, 0)$

ד. (1) דלתון (2) 3

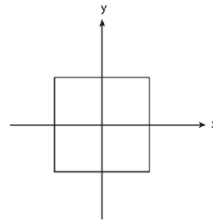
2. א.  $\overline{ED} = (1-t)\underline{v} - t\underline{u} + (t-1)\underline{w}$ ,  $\overline{EB} = (1-t)\underline{u} - t\underline{v} + (t-1)\underline{w}$

ב. (1) הוכחה (2) הוכחה

ג.  $S(0,0,12)$ ,  $D(0,12,0)$  ד.  $x - \sqrt{3}y = 0$

3. א.  $2 \operatorname{cis} 315^\circ$  ,  $2 \operatorname{cis} 225^\circ$  ,  $2 \operatorname{cis} 135^\circ$  ,  $2 \operatorname{cis} 45^\circ$  .

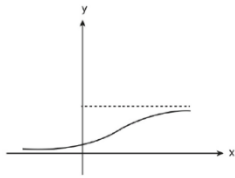
ב.



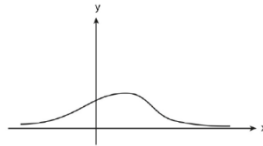
ג.  $(0, -2)$  ,  $(0, 2)$  ,  $(-2, 0)$  ,  $(2, 0)$  . ד.  $n = 16$  ,  $c = 65,536$  , ה.  $S = 12.25$  .

4. א. (1)  $y = 1$  (2) עליה: אין, ירידה: כל  $x$  (3)  $(0, 1+a)$  .

ב. (1) כל  $x$  (2)  $y = 0$  ,  $y = 1$  (3)  $y = \frac{1}{2}$  פיתול .



ג. (1)  $(\frac{\ln a}{2}, \frac{1}{2})$  (2)

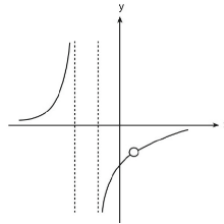


ד.  $S = \frac{\ln a}{4} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{2}$  .

5. א. (1)  $1 < x$  או  $-1 < x < 1$  או  $x < -2$  (2)  $x = -1$  ,  $x = -2$  ,  $y = 0$  .

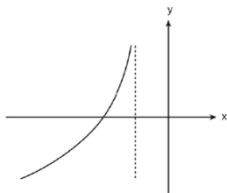
(3) עליה:  $1 < x$  או  $-1 < x < 1$  או  $x < -2$  , ירידה: אין .

(4)



ב. (1)  $x < -2$  (2) עליה:  $x < -2$  , ירידה: אין (3)

ג. לא .





## מבחן בגרות מספר 41

### קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1.



טרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון פרמטר  $a$  שונה מאפס.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה  $(a, -1)$  שווה למרחק שלהן מן הנקודה  $(-a, 1)$  הוא קו ישר. הבע את משוואת הישר באמצעות  $a$ .

נתון הישר  $y = -ax$ .

ב. מצא לאילו ערכים של  $a$ , הישר הנתון והישר שמצאת בסעיף א ניצבים זה לזה.

הישר שמצאת בסעיף א והישר הנתון ניצבים זה לזה ומשיקים לשני מעגלים,  $M$  ו- $N$ . מרכזי שני המעגלים מונחים על ציר ה- $x$ , המעגל  $M$  נמצא מימין לציר ה- $y$ , והמעגל  $N$  נמצא משמאל לציר ה- $y$ . נתון כי המרחק בין מרכזי המעגלים הוא 6, והרדיוס של המעגל  $M$  גדול פי 2 מן הרדיוס של המעגל  $N$ .

ג. מצא את המשוואות של המעגלים  $M$  ו- $N$ .

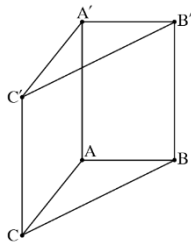
נתון הישר  $-x + \sqrt{17}y - 8 = 0$ .

הישר משיק לשני המעגלים  $M$  ו- $N$ .

ד. מצא משוואה של ישר המשיק לשני המעגלים, נוסף על הישרים המשיקים המתוארים בשאלה. נמק את תשובתך.



בסרטוט שלפניך מתוארת מנסרה ישרה  $ABC A'B'C'$ ,



שהבסיס שלה הוא המשולש  $ABC$ .

נתון המספר  $k$  שבעבורו:

$$\vec{AC} = (k+1, 0, k-3), \vec{AA'} = (k-1, k-7, k+1)$$

$$\vec{AB} = (k-1, k, 3)$$

א. מצא את ערכו של  $k$ .

המקצועות  $AC$  ו- $BC$  מונחים על הישרים  $\ell_{AC}$  ו- $\ell_{BC}$

בהתאמה:

$$\ell_{AC} : \underline{x} = (8, -1, -1) + t(k+1, 0, k-3)$$

$$\ell_{BC} : \underline{x} = (4, 0, 2) + m(k, -k, -4)$$

ב. מצא את משוואת המישור  $A'B'C'$ .

ג. חשב את גודל הזווית  $C'A'B'$ .

ד. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש  $A'B'C'$ . נמק.



נתונה משוואה I:  $w^2 - 4iw - 4 + 2i = 0$ . הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

נתונה משוואה:  $z^3 = a + bi$ . הוא מספר מרוכב,  $a$  ו- $b$  הם

מספרים ממשיים. ידוע כי אחד מפתרונות משוואה זו מתאים לנקודה הנמצאת במישור גאוס על הציר המדומה, בחלקו השלילי.

ב. אחת מן הטענות 1-3 שלפניך נכונה.

קבע איזו ונמק את קביעתך.

1.  $a = 0, b > 0$

2.  $a < 0, b = 0$

3.  $a \neq 0, b \neq 0$

נתונה משוואה II:  $z^3 = 2(w_1 + w_2)$ ,  $w_1$  ו- $w_2$  הם הפתרונות של

משוואה I.

ג. פתור את משוואה II.

פתרונות משוואה II מייצגים קודקודים של משולש במישור גאוס.

ד. סרטט את המשולש שהתקבל במישור גאוס.

נתון מספר מדומה  $u = di$ ,  $d$  הוא פרמטר ממשי. מוסיפים את  $u$  לכל אחד מן הפתרונות של משוואה II כך שהמספרים שמתקבלים מייצגים משולש חדש.

ה. מצא את הערך של  $d$  שבעבורו המעגל החוסם את המשולש החדש עובר דרך ראשית הצירים. מצא את שתי האפשרויות.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (4) הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון הישר:  $g(x) = a \cdot x$ ,  $a$  הוא פרמטר. ידוע כי  $g(1) = f(1)$ .
- ג. (1) מצא את  $a$ .
- (2) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה  $f(x)$  לבין הישר  $g(x)$ .



נתונה משפחת הפונקציות:  $f(x) = x \cdot (\ln(x))^n$ ,

$n \geq 1$  הוא מספר טבעי.

א. ענה על הסעיפים שלפניך בעבור  $n$  זוגי ובעבור  $n$  אי-זוגי.

אם יש צורך, בטא את תשובותיך באמצעות  $n$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

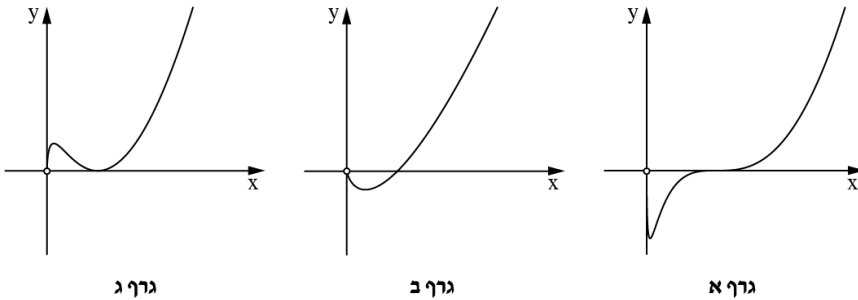
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה,

וקבע את סוגן.

ב. כל אחד מן הגרפים א-ג שלפניך מתאר פונקציה במשפחה.

קבע איזה גרף יכול להתאים ל- $n = 1$ , איזה גרף יכול להתאים

ל- $n = 2$  ואיזה גרף יכול להתאים ל- $n = 3$ . נמק את קביעותיך.



נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2}$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{1}{e}$  ו- $x = \frac{1}{e^2}$ .



תשובות למבחן בגרות 41 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד:

1. א.  $y = ax$  . ב.  $a = \pm 1$  . ג.  $(x-4)^2 + y^2 = 8$  ,  $(x+2)^2 + y^2 = 2$  .

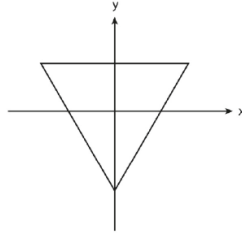
ד.  $x + \sqrt{17}y + 8 = 0$  .

2. א.  $k = 2$  . ב.  $x - 5y + 3z - 45 = 0$  . ג.  $90^\circ$  . ד.  $(5, -5, 5)$  .

3. א.  $1+i$  ,  $-1+3i$  . ב. טענה 1 .

ג.  $2\text{cis}30^\circ$  ,  $2\text{cis}150^\circ$  ,  $2\text{cis}270^\circ$  או  $\sqrt{3}+i$  ,  $-\sqrt{3}+i$  ,  $-2i$  .

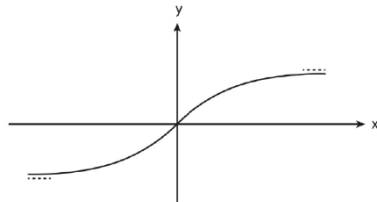
ד. ה.  $d = 2$  או  $d = -2$  .



4. א. (1) כל  $x$  (2)  $y = 1 : x \rightarrow \infty$  ,  $y = -1 : x \rightarrow -\infty$  .

(3) עליה: כל  $x$  , ירידה: אין. (4) הוכחה .

ב.



ג. (1) 0.761 (2) 0.106 .

5. א. (1)  $f(x) : x > 0$  ,  $g(x) : x > 0$  .

(2)  $n$  אי-זוגי: עלייה:  $x > \frac{1}{e^n}$  , ירידה  $0 < x < \frac{1}{e^n}$  .

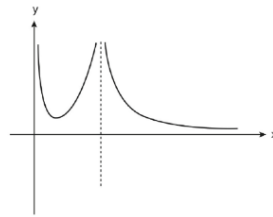
$n$  זוגי: עליה:  $0 < x < \frac{1}{e^n}$  או  $x > 1$  , ירידה:  $\frac{1}{e^n} < x < 1$  .

(3)  $n$  אי-זוגי:  $(\frac{1}{e^n}, \frac{(-n)^n}{e^n})$  מינימום .

$n$  זוגי:  $(1,0)$  מינימום ,  $(\frac{1}{e^n}, \frac{(-n)^n}{e^n})$  מקסימום .

ב. גרף א':  $n = 3$  , גרף ב':  $n = 1$  , גרף ג':  $n = 2$  .

ד.  $\frac{1}{2}$  .



## מה הקטע של סימני ה-ליד נל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA

02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL



## מבחן בגרות מספר 42

### קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

לפניך משוואת הפרבולה:  $y^2 = 2ax$  ומשוואת המעגל:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$$
 . הוא פרמטר גדול מ-0 .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל. הבע באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

דרך שתיים מנקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל עובר ישר ששיפועו חיובי.

ב. מצא את משוואת הישר. הבע באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

ממרכז המעגל מעבירים אנך לישר, אורך האנך הוא  $2\sqrt{5}$ .

ג. (1) הבע באמצעות  $a$  את מרכז המעגל ואת הרדיוס שלו.

(2) מצא את  $a$ .

מגדירים מעגל חדש שמרכזו זהה למרכז המעגל הנתון והרדיוס

שלו קטן ב-2 מרדיוס המעגל הנתון.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שאורך

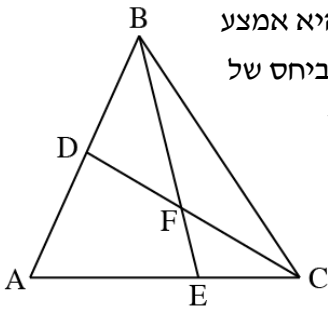
המשיק מהן למעגל החדש שווה למרחק שלהן מן

הישר  $x = -4$ .

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



נתון משולש ABC (ראה סרטוט). הנקודה D היא אמצע הצלע AB. הנקודה E מחלקת את הצלע AC ביחס של  $AE:EC = 2:1$ . הנקודה F היא מפגש הקטעים

$$\overline{CD} \text{ ו- } \overline{BE} \text{ . נסמן: } \overline{CA} = \underline{u} \text{ , } \overline{CB} = \underline{v}$$

$$\text{ , } \overline{BF} = t \cdot \overline{BE} \text{ : הם מספרים כך ש:}$$

$$\overline{CF} = k \cdot \overline{CD}$$

א. מצא את t ואת k .

המשולש ABC נמצא במישור  $4x+2y+z-12=0$  .

מישור זה חותך את ציר ה-x בנקודה A ,

את ציר ה-y בנקודה C ואת ציר ה-z בנקודה B .

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו-F .

ג. מצא את משוואת המישור AOE .

ד. מצא את נפח הפירמידה FAOE .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



נתונה משוואה I :  $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$  .  $z$  הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

פתרונות המשוואה מיוצגים על ידי כל הקודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. מצא את שטח המצולע.

נתונה משוואה II :  $(a \cdot z^2 + b)(z+1) = 0$  .  $z$  הוא מספר מרוכב,

$a$  ו- $b$  הם מספרים ממשיים השונים מאפס.

ידוע כי שניים מבין הפתרונות של המשוואה הם מספרים מדומים.

ג. הוכח כי  $a \cdot b > 0$  .

ד. מצא את פתרונות משוואה II. הבע באמצעות  $a$  ו- $b$  ,

אם יש צורך.

ידוע כי הפתרונות המדומים של משוואה II מיוצגים על ידי נקודות הנמצאות על מעגל שמרכזו בראשית הצירים והרדיוס שלו גדול פי שניים מן הערך המוחלט של פתרונות משוואה I.

ה. מצא את היחס  $\frac{b}{a}$  .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{(bx^2 - 2bx)} - 1$  המוגדרת לכל  $x$ .

$b < 0$  הוא פרמטר. הבע את תשובותיך באמצעות  $b$ , אם יש צורך.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות

לציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נגדיר את הפונקציה:  $g(x) = f(x+a)$ ,  $a$  הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה  $g(x)$  יש נקודת קיצון על ציר ה- $y$ .

ב. (1) מצא את  $a$ , ובטא את הפונקציה  $g(x)$  באמצעות  $x$  ו- $b$ .

(2) האם הפונקציה  $g(x)$  היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית

ולא אי-זוגית? נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ג. מצא את שיעור ה- $x$  של כל אחת מנקודות הקיצון של

פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , וקבע את סוגן.

ד. הצב  $b = -0.5$  וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית

הנגזרת,  $g'(x)$  על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים העוברים דרך

נקודות הקיצון של  $g'(x)$  ומאונכים לציר ה- $x$ .



נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cdot x^2 - x^3$  המוגדרת לכל  $x$ ,  $a$  הוא

פרמטר. ענה על סעיפים א-ג עבור  $0 < a$ .

הבע את תשובותיך באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

א. (1) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \ln(f(x))$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות

לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

וקבע את סוגה.

ג. נתון כי לגרף הפונקציה  $g(x)$  יש נקודת חיתוך אחת בלבד עם

ציר ה- $x$ .

(1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את טווח הערכים האפשריים של  $a$  שעבורם גרף

הפונקציה  $g(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת בלבד.

ענה על סעיף ד עבור  $a = 0$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ . ציין בגרף את הערכים

המספריים של שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם

ציר ה- $x$ .

תשובות למבחן בגרות 42 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב:

1. א.  $y = \sqrt{a} \cdot x$  . ב.  $(0,0)$  ,  $(2,2\sqrt{a})$  ,  $(2,-2\sqrt{a})$  .

ג. (1) מרכז המעגל:  $(a+1,0)$  , רדיוס:  $(a+1)$  (2)  $a = 4$  . ד.  $y^2 = 18x$  .

2. א.  $t = \frac{3}{4}$  ,  $k = \frac{1}{2}$  . ב.  $F(\frac{3}{4},3,3)$  ,  $E(1,4,0)$  . ג.  $z = 0$  . ד.  $V = 6$  .

3. א.  $z = -\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$  ,  $z = -\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  ,  $z = \sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$  ,  $z = \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  .

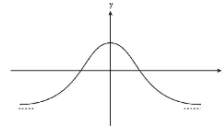
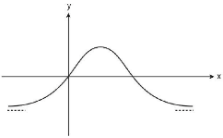
ב.  $S = 2\sqrt{3}$  . ג. הוכחה . ד.  $z = -1$  ,  $z = \sqrt{\frac{b}{a}}i$  ,  $z = -\sqrt{\frac{b}{a}}i$  . ה.  $\frac{b}{a} = 8$  .

4. א. (1)  $(0,0)$  , (2)  $(2,0)$  , אנכית: אין , אופקית:  $y = -1$  .

(3)  $(1, e^{-b}-1)$  מקסימום (4)

ב. (1)  $a = 1$  (2)  $g(x) = e^{b(x^2-1)} - 1$  , הפונקציה זוגית .

(3)



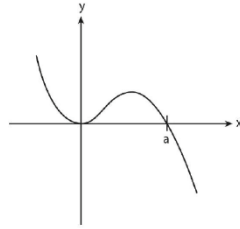
ג.  $x = \sqrt{-\frac{1}{2b}}$  מינימום ,  $x = -\sqrt{-\frac{1}{2b}}$  מקסימום .

ד.  $2(\sqrt{e}-1)$  .



5. א. (1) חיובית:  $0 < x < a$  או  $x < 0$ , שלילית:  $a < x$ .

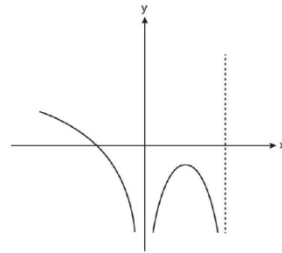
(2)



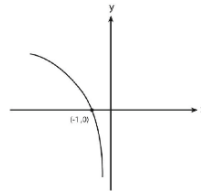
ב. (1)  $x \neq 0$ ,  $x < a$  (2)  $x = 0$ ,  $x = a$  (3) מקסימום  $(\frac{2a}{3}, \ln(\frac{4}{27}a^3))$ .

ג. (1)  $0 < a < 1.889$  (2)

(1).ג



ד.





## מבחן בגרות מספר 43

### חורף תשפ"ב, 2022, מועד א

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- הנקודה  $(t, 0)$  היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית.  $t$  הוא פרמטר חיובי. אורך הציר הראשי של האליפסה הוא  $4t$ . בסעיפים שלפניך הבע את תשובותיך באמצעות  $t$ , אם יש צורך.
- א.** מצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.
- המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות, A ו-B.
- הנקודה A נמצאת מעל לנקודה B.
- ב.** מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- ישר המאונך לציר ה- $x$ , עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות, C ו-D.
- הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D.
- ג.** מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.
- ד.** (1) הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל אחד.
- (2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

2. 

נתונים שני מישורים:  $\pi_1: z-3=0$ ,  $\pi_2: ay+z-8=0$ .

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הזווית בין המישורים היא  $45^\circ$ .

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר a.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

הנקודה  $A(2, -2, 6)$  נמצאת על אחד המישורים הנתונים.

מן הנקודה A הורידו אנך למישור האחר.

האנך חותך את המישור האחר בנקודה B.

ב. מצא את אורך הקטע AB.

$\ell$  הוא ישר החיתוך בין שני המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$ .

ג. מצא את ההצגה הפרמטרית של  $\ell$ .

מן הנקודה B העבירו אנך לישר  $\ell$ .

האנך חותך את הישר  $\ell$  בנקודה C.

ד. מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לסרטט את המשולש

במערכת צירים לשם כך).

נתונים שני מספרים מרוכבים :

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

$a$  הוא פרמטר ממשי.

**א.** מצא את הערך של  $a$  שבעבורו המספרים  $z_1$  ו- $z_2$  צמודים זה לזה.

הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

נתונים המספרים:  $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$ ,  $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$ .

$n$  הוא מספר טבעי.

**ב.** הוכח כי לכל  $n$  טבעי:

**(1)** המספר  $w_1$  הוא מספר ממשי.

**(2)** המספר  $w_2$  הוא מספר מדומה טהור.

**ג.** נתונה המשוואה:  $|z-p| = m$ .  $p$  ו- $m$  הם פרמטרים ממשיים,

$z$  הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של  $p$  ו- $m$  שבעבורם המשוואה הנתונה

מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים

המספרים  $w_1$  ו- $w_2$  לכל  $n$  טבעי? נמק.





נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$ . הוא פרמטר  $m$ .

ידוע כי הישר  $y = -1$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את  $m$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$ .

ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $g(x)$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתון פרמטר  $t$  בתחום  $0 < t < \ln 4$ .

ה. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו ערך הביטוי  $\int_0^t g(x) dx$

הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$ .

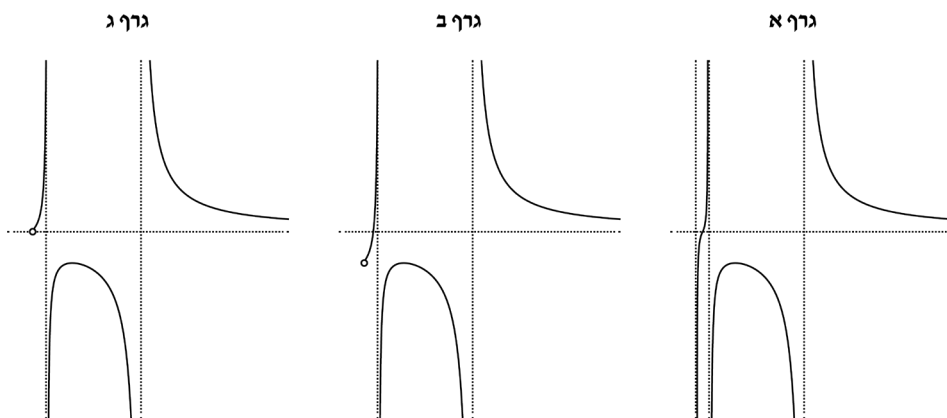
5. 



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. לפינך שלושה גרפים שבהם לא מסומנים הצירים  $x$  ו- $y$ .

הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת.  
 קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה  $f(x)$ , העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים. פרט את שיקוליך.



ג. (1) האם יש פתרון למשוואה  $f(x) = 1$ ? נמק את תשובתך.

(2) מהו הערך של  $k$  שבעבורו יש למשוואה  $f(x) = k$

פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות:  $h(x) = (\ell n(x))^2 + 1$ ,  $g(x) = \frac{1}{f(x)-1}$ .

נסמן מלבן ABCD. הנקודות A ו-B הן שתי נקודות

על ציר ה-x שבהן הפונקציה  $g(x)$  אינה מוגדרת.

הנקודות C ו-D נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ .

ד. מהו שטח המלבן ABCD? נמק את תשובתך.

תשובות למבחן בגרות 43 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א:

1. א. משוואת הפרבולה:  $y^2 = 4tx$ , משוואת האליפסה:  $\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$ .

ב.  $A\left(-t, \frac{3t}{2}\right)$ ,  $B\left(-t, -\frac{3t}{2}\right)$  ג.  $C(t, 2t)$ ,  $D(t, -2t)$ .

ד. (1) טרפז שווה שוקיים. (2)  $\left(\frac{7t}{16}, 0\right)$ .

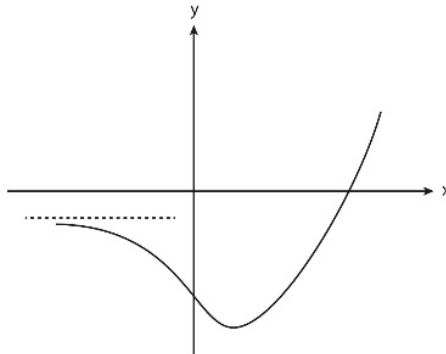
2. א.  $a = 1$  או  $a = -1$  ב. 3 ג.  $x = (0, -5, 3) + t(1, 0, 0)$  ד. 4.5

3. א.  $a = -1$  ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ג.  $m = 1$ ,  $p = 0$ .

4. א. (1) כל  $x$ . (2)  $m = -4$ . (3)  $(0, -1.5)$ ,  $(\ln 4, 0)$ .

(4)  $\left(\ln \frac{3}{2}, -\frac{25}{16}\right)$  מינימום.

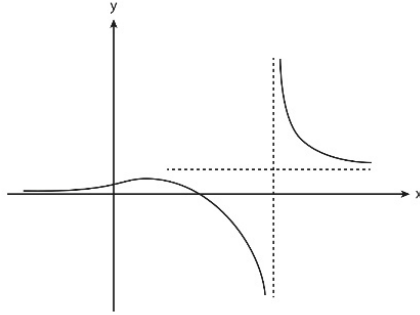
ב.



ג. (1)  $x \neq \ln 4$ . (2)  $x = \ln 4$ ,  $y = 1$ ,  $y = 0$ .



.ד



.ה.  $t = \ln 3$

5. א. (1)  $x > 0$ ,  $x \neq \frac{1}{e}, e$ ,  $x \neq e$ . (2)  $x = e$ ,  $x = \frac{1}{e}$ ,  $y = 1$ .

(3) תחומי עלייה:  $0 < x < \frac{1}{e}$  או  $\frac{1}{e} < x < 1$ .

(4) תחומי ירידה:  $e < x$  או  $1 < x < e$ .

ב. גרף ג'. ג. (1) לא. (2)  $k = 0$ . ד.  $S = \frac{2e^2 - 2}{e} = 2\left(e - \frac{1}{e}\right)$ .



## מבחן בגרות מספר 44

### חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבצרים

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC .

הצלע AB נמצאת על הישר  $2x + y - 13 = 0$

והצלע AC נמצאת על הישר  $-x + 2y + 4 = 0$  .

מרכז המעגל M נמצא על הישר  $y = x - 1$  .

ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC .

א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC .

נתון כי הישר BM מאונך לציר ה- $x$  .

ב. מצא את משוואת הצלע BC .

ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC

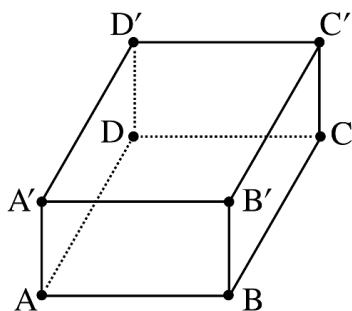
ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.



1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



נתונה מנסרה ישרה  $ABCDA'B'C'D'$ , שבסיסה הוא מעוין  $ABCD$  (ראה סרטוט). נקודה  $F$  נמצאת על המישור  $ACD'$  כך ש:

$$\overrightarrow{D'F} = t\overrightarrow{D'A} + \frac{1}{4}\overrightarrow{D'C}$$

הוא פרמטר.

נתון:  $DF$  מאונך למישור  $ACD'$ ,

$$|\overrightarrow{DC}| = 4, \angle ADC = 120^\circ$$

נסמן:  $\overrightarrow{DA} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{DC} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{DD'} = \underline{w}$ .

א. בטא את  $\overrightarrow{DF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו- $t$ .

ב. מצא את  $t$ .

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה  $D$  היא ראשית הצירים, הקודקוד  $A$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $x$ , הקודקוד  $D'$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ ,  $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$ .

ד. מצא את שיעורי הנקודה  $F$ .

2.



סרקו אותי לצפייה בפתרון

3. 

א. פתור את המשוואה:  $(z+i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}i = 0$ ,  
 $z$  הוא מספר מרוכב.



נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב-  $a_1$  וב-  $a_2$   
כך ש-  $a_1 < a_2$ .  
נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$|z - ia_1| = \sqrt{3} \quad \text{I.}$$

$$|z - ia_2| = \sqrt{3} \quad \text{II.}$$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני  
המקומות הגאומטריים.

הישר  $y = x$  נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות  
הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב' בראשית הצירים ובשתי נקודות  
אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים  $w_1$  ו-  $w_2$ .  
ג. פתור את המשוואה:  $z^3 = w_1 \cdot \overline{w_1} \cdot w_2 \cdot \overline{w_2}$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות  
ולוגריתמיות

4. 

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax}{\ln(x) - a}$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר.

בסעיפים א-ב, בטא את תשובותיך באמצעות  $a$ , אם יש צורך.



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,

על ידי האנך לציר ה- $x$  העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

על ידי הישר  $x = e^{a+2}$  ועל ידי ציר ה- $x$ , הוא 3.

ג. מצא את  $a$ .



נתונה הפונקציה:  $f(x) = 9^{-x} - 6 \cdot 3^{-x} + m$ , הוא פרמטר  $m$

א. בתת-סעיפים (1)–(3) בטא את תשובותיך באמצעות  $m$ , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  משיק לציר ה- $x$ .

ב. מצא את הערך של הפרמטר  $m$ .

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $\ln(f(x))$ .

ד. הסבר מדוע:  $\int_0^1 [\ln(f(x)) - \ln(4)] dx < \ln\left(\frac{9}{4}\right)$

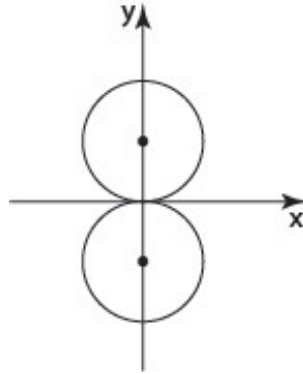
תשובות למבחן בגרות 44 – חורף תשפ"ב, מועד נבצרים, 2022:

1. א.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$  . ב.  $y = 2x + 1$  . ג. 2.5 .

2. א.  $\overline{DF} = t\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + (\frac{3}{4} - t)\underline{w}$  . ב.  $t = \frac{1}{4}$  . ג.  $V = 16\sqrt{3}$  . ד.  $F(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{12}}{4}, 1)$  .

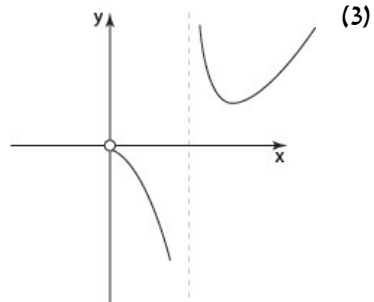
3. א.  $Z_1 = -\sqrt{3} - 2i$  ,  $Z_2 = \sqrt{3}$  .

ב.

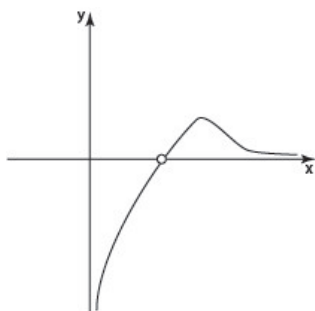


ג.  $\sqrt[3]{36} \text{ cis } 240^\circ$  ,  $\sqrt[3]{36} \text{ cis } 120^\circ$  ,  $\sqrt[3]{36}$  .

4. א.  $0 < x \neq e^a$  (1) . ב.  $(e^{a+1}, ae^{a+1})$  מינימום. (2)



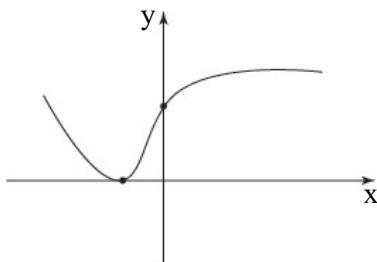
ב. (1)  $0 < x \neq e^a$  (2)  $\left( e^{a+1}, \frac{1}{ae^{a+1}} \right)$  (3)



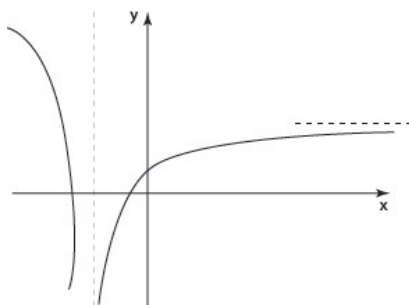
ג.  $a = \frac{1}{2}$

5. א. (1) כל  $x$  (2)  $y = m$  (3)  $(-1, m-9)$  מינימום. ב.  $m = 9$

ג. (1)



(2)



ד. הוכחה.





# מבחן בגרות מספר 45

קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א

## גרסה 1

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.

מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה  $M$  ומשוואתו

היא  $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.

מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה  $N$  ומשוואתו

היא  $(x-13)^2 + y^2 = R^2$ .

אורכו של הקטע המחבר את שני המעגלים הוא 9,

והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא  $1:2$ ,  $r < R$ .

א. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו  $N$  ואת שתי האפשרויות

למשוואת המעגל שמרכזו  $M$ .

נתון כי  $a < 13$ .

ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל

המשיקים המשותפים לשני המעגלים.

ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני

המעגלים.

ד. הישר  $mx - y + n = 0$  הוא משיק משותף לשני המעגלים.  
מצאו את  $m$  ואת  $n$  (שתי אפשרויות).

נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.  
משוואות המעגלים הן:  $(x-t)^2 + y^2 = r^2$ ;  $(x-k)^2 + y^2 = R^2$ ,  
ו- $k$  הם פרמטרים.  
ערכי הרדיוסים  $r$  ו- $R$  זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.  
ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם  
בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?  
אם כן - מצאו את  $t$  ואת  $k$ . אם לא - נמקו.

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור:  
 $A(4, p, -1)$ ,  $B(7, 5, 5)$ ,  $C(1, -1, 2)$ ,  $D(-2, 5, -4)$  הוא פרמטר  $p$ .  
א. מצאו את משוואת המישור ABCD.  
ב. חשבו את ערך הפרמטר  $p$ .  
ג. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא ריבוע.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

הנקודה  $S$  היא קודקוד של פירמידה SABCD שבסיסה ABCD.  
המקצוע  $SC$  מונח על הישר  $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$ .  
נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.  
ד. מצאו את שיעורי הנקודה  $S$  (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף  $\pi$  המאונך למקצוע  $SC$ .  
ה. מצאו את הזווית שבין המישור ABCD ובין המישור  $\pi$ .

3. 

נתונה המשוואה  $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.  
 $z_1$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת  
במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.  
א. מצאו את משוואת המעגל.



חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר  $z_1$ .  
ב. חשבו את שטח הריבוע.  
ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב-  $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$  כל אחד מן המספרים המייצגים  
את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי,  
ומכפילים ב-  $r_2 \cdot (\cos(\alpha+30^\circ) + i \sin(\alpha+30^\circ))$  כל אחד מן המספרים  
המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים  
השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר  
הכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.  
נתון:  $r_1$  ו-  $r_2$  חיוביים,  $r_1 \neq r_2$ .  
ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי  $\sqrt{3}$  משטח הריבוע  
שחישבתם בסעיף ב.  
ה. חשבו את  $r_1 \cdot r_2$ .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$  המוגדרת לכל  $x$ .



א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $y$  (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x}$  המוגדרת לכל  $x$ .

ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $y$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

$$(3) \text{ הוכיחו כי } g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - x)^2}$$

ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ומצאו כמה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את התשובה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = -1$ .

נתונה הפונקצייה  $f(x) = x + \ln(x^2 - 8)$ .



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- $f(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

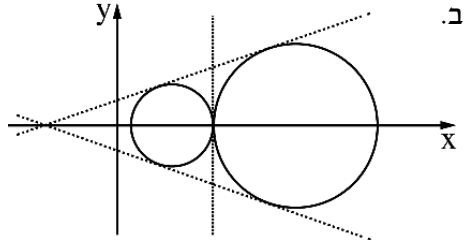
נתונה הפונקצייה  $g(x) = e^{f(x)}$  המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה  $f(x)$ .

- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$  וקבעו את סוגה.
- (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $g(x)$ .
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה  $y = f'(x) \cdot g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = -4$  ו- $x = -5$ .

תשובות למבחן בגרות מספר 45 – קיץ תשפ"ב, מועד א, 2022 – גרסה 1:

1. א. משוואת המעגל שמרכזו N :  $(x-13)^2 + y^2 = 36$

משוואות המעגל שמרכזו M :  $(x-4)^2 + y^2 = 9$  ,  $(x-22)^2 + y^2 = 9$



ג.  $x=7$  . ד.  $m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}$  ,  $n_1 = \frac{5}{\sqrt{8}}$  ,  $m_2 = -\frac{5}{\sqrt{8}}$  ,  $n_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}$

ה. כן.  $k = -23$  ,  $t = -14$

2. א.  $2x - y - 2z + 1 = 0$  . ב.  $p = 11$  . ג. להוכיח.

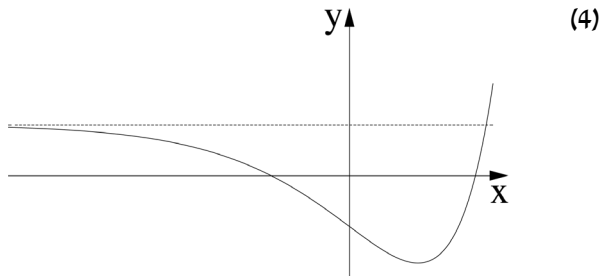
ד.  $(-2, -10, -1)$  ,  $(4, 8, 5)$  . ה.  $\sim 72.5^\circ$

3. א.  $x^2 + y^2 = 10$  . ב. 20 . ג.  $(-3, -1)$  ,  $(-1, 3)$  ,  $(1, -3)$

ד. מקבילית, להסביר. ה. 2 .

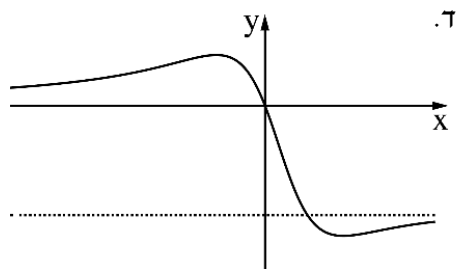
4. א. (1)  $y=1$  , (2)  $(0, -1)$  .

(3) תחומי עלייה :  $1 < x$  , תחומי ירידה :  $x < 1$



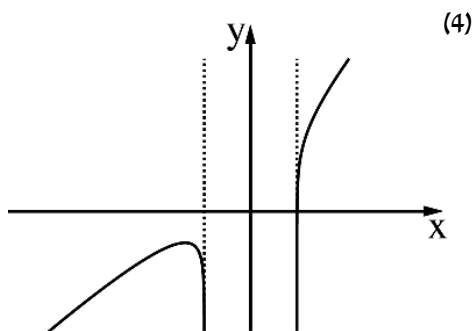
ב. (1)  $y=0$  ,  $y=-1$  , (2)  $(0, 0)$  . (3) להוכיח.

ג. נקודת מינימום אחת , נקודת מקסימום אחת.

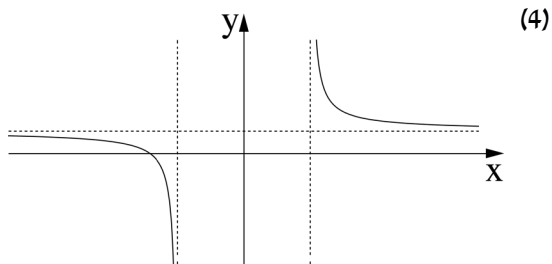


ה.  $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.313$ .

5. א. (1)  $\sqrt{8} < x$  או  $x < -\sqrt{8}$  (2)  $x = -\sqrt{8}$ ,  $x = \sqrt{8}$  (3) מקסימום:  $(-4, -1.92)$ .



- ב. (1)  $\sqrt{8} < x$  או  $x < -\sqrt{8}$  (2)  $x = -\sqrt{8}$ ,  $x = \sqrt{8}$ ,  $y = 1$  (3)  $(-4, 0)$ .



- ג. (1) מקסימום:  $(-4, 0.147)$ .

- (2) תחומי עלייה:  $\sqrt{8} < x$  או  $x < -4$ ; תחומי ירידה:  $-4 < x < -\sqrt{8}$

ד.  $\sim 0.032$ .



## מבחן בגרות מספר 46

### קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב

#### גרסה 1

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים

נתונות הנקודות  $A(-5,3)$  ו-  $B(0,-2)$ .



א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים  
שהקטע  $AB$  הוא מיתר שלהם.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

מעגל  $M$  הוא אחד מן המעגלים שהקטע  $AB$  הוא מיתר שלהם.  
נקודות החיתוך של המעגל  $M$  עם ציר ה- $x$  הן מוקדים  
של אליפסה שמשוואתה קנונית.  
ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל  $M$  ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה  
שווה לאורך קוטר המעגל  $M$ .  
ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב- $F$  את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך  
לציר ה- $x$  עובר במוקד השמאלי של האליפסה. הישר חותך את  
האליפסה בנקודות  $Q$  ו- $T$ , ואת המעגל  $M$  בנקודות  $K$  ו- $L$ .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש  $KLF$  לבין שטח  
המשולש  $TQF$ .





2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

נסמן:  $\overline{OA} = \underline{u}$ ,  $\overline{OB} = \underline{v}$ ,  $\overline{OC} = \underline{w}$ .

נתון:  $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|$ ,  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC = \sphericalangle COA = 90^\circ$ .

הנקודה H מקיימת  $\overline{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$ .

t, s ו-k הם פרמטרים.

נתון כי  $\overline{OH}$  מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

א. הוכיחו:  $t = s = k$ .

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה,

והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכיחו כי  $\overline{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ , והסבירו מדוע OM הוא

גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר  $\ell$  שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ , את הווקטור  $\overline{OP}$  שבעבורו נפח

הפירמידה PABC כפול מנפח הפירמידה OABC (שתי

אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O

נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של

ציר ה-x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה-y,

והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה-z. נתון:  $|\underline{u}| = a$ .

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר  $\ell$  שעליו נמצא

הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא  $20\frac{5}{6}$ . חשבו את a.



3. 

המספר  $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$  נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

$$\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

א. מצאו את  $\alpha$ .



$$\text{נתון: } |2iz| + \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$$

ב. מצאו את  $R$ .

ג. נתונה המשוואה:  $w^9 = \frac{z^3}{27}$  ( $Z$  הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר  $\frac{z}{\bar{z}}$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש  $ABC$  הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס  $B$

ו- $C$  מתאימים למספרים:  $\frac{z}{\bar{z}}$  ו- $\frac{\bar{z}}{z}$ . קודקוד הראש  $A$


מתאים למספר  $z+k$ ,  $k$  הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של  $k$ ?

(2) חשבו את שטח המרובע  $ABOC$  (הנקודה  $O$  היא ראשית

הצירים).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 e^{a-x^3}$  המוגדרת לכל  $x$ ,  .  
a הוא פרמטר.



א. (1) מצאו את התחום בו הפונקצייה  $f(x)$  חיובית.

(2) מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של

הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

לבין ציר ה- $x$  הוא  $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$ .

ב. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $a = 1$ , וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

הפונקצייה  $f(x)$  היא נגזרת של הפונקצייה  $g(x)$  ( $g'(x) = f(x)$ ).

ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה  $g(x)$ ? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה  $g(x)$ ? נמקו.

נסמן ב- $B$  את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה  $g(x)$

הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה- $y$  של הנקודה  $B$  הוא  $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$ .

ה. מצאו את הפונקצייה  $g(x)$ .



נתונה פונקצייה  $f(x)$  המקיימת את התכונות האלה :

הפונקצייה מוגדרת לכל  $x$  ורציפה, הפונקציה היא אי-זוגית,  
 הישר  $y=0$  הוא אסימפטוטה של הפונקצייה,  
 ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם  $(-1, -a)$ ,  
 $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $h(x) = \ln(f(x))$ .

- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $h(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $h(x)$   
 המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצאו את טווח הערכים של  $a$  שבעבורו גרף  
 הפונקצייה  $h(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $h(x)$ ,  
 אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

נתון:  $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$ .

$g(x)$  היא פונקצייה המקיימת:  $g'(x) = f(x)$  וגם:  $g(0) = 0$ .

- ג. (1) מצאו את הפונקצייה  $g(x)$ .
- (2) האם הפונקצייה  $g(x)$  היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית  
 ולא אי-זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל  $\int_{-5}^t g(x) dx$ ,  $t > -5$ .

ד. מהו הערך של  $t$  שבעבורו מתקיים  $\int_{-5}^5 g(x) dx = 2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx$ ?

נמקו.

תשובות למבחן בגרות מספר 46 – קיץ תשפ"ב מועד ב, 2022 – גרסה 1:

1. א.  $x - y + 3 = 0$ . ב.  $M(0,3)$ ,  $R = 5$ . ג.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . ד.  $\frac{5}{3}$ .

2. א. להוכיח. ב. להוכיח ולהסביר.

ג.  $\overline{OP_1} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ ,  $\overline{OP_2} = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$ . ד.  $\ell = t(1,1,1)$ .

ה.  $x + y + z - a = 0$ . ו.  $a = 5$ .

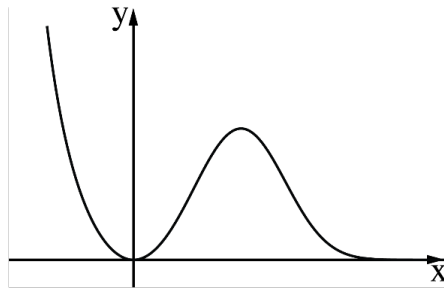
3. א.  $\alpha = 240^\circ$ . ב.  $R = 3$ . ג. להראות.

ד.  $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}i$  (1)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  (2).

4. א. (1)  $x \neq 0$ . (2) מינימום:  $x = 0$ , מקסימום:  $x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.8736$ .

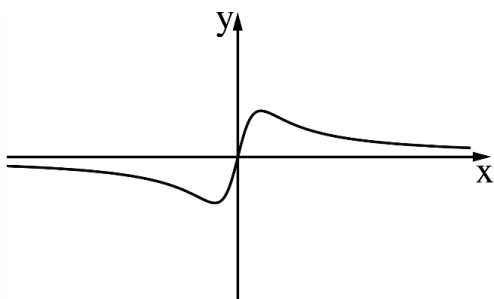
ב.  $a = 1$ .

ג.



ד. (1) כל  $x$ . (2) 2 נקודות. ה.  $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$ .

5. א.



ב. (1)  $x > 0$  (2)  $x = 0$  (3)  $a > 1$ .

(4)



ג. (1)  $g(x) = 2\ln(1+x^2)$  (2) זוגית  $\tau$   $t = 0$ .



# מבחן בגרות מספר 47

## חורף תשפ"ג, 2023

### פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. נתונה אליפסה שמשוואתה  $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2}$ ,  $b$  הוא פרמטר חיובי.



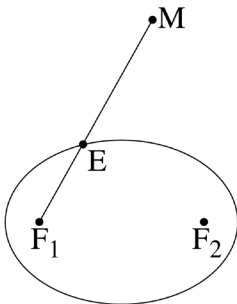
ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- $x$ .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- $y$  ב- $D_1$  ו- $D_2$ ,

את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב- $F_1$ , ואת המוקד הימני שלה ב- $F_2$ .

נתון כי המרובע  $F_1D_1F_2D_2$  הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של  $b$ . (2) חשבו את שטח הריבוע  $F_1D_1F_2D_2$ .



הציבו במשוואת האליפסה  $b^2 = 4.5$ , וענו על הסעיפים ב-ד.

הנקודה  $E$  היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי  $F_1$

עם הנקודה  $E$  וממשיכים את הקו הישר עד

לנקודה  $M$  (ראו סרטוט), כך שמתקיים  $EM = EF_2$ .

ב. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $M$

הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

ג. מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב- $\frac{3}{\sqrt{2}}$  יחידות, ומתקבל מעגל

אחר. מכפילים ב- $\frac{2}{3}$  את שיעור ה- $y$  של כל הנקודות שעל המעגל האחר,

ומתקבל עקום חדש. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניים מקודקודיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש

עם ציר ה- $x$ , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.

2. נתונים שני מישורים,  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  :

$$\pi_1 : (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2 : (k+1)x + y + z - 5 = 0$$



k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך  $\ell_1$  בין המישורים מקביל לישר  $\ell_2 : \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר  $\ell_1$ .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$ .

הנקודה P נמצאת על הישר  $\ell_1$  ועל מישור [yz]. הנקודות A ו-B הן נקודות

החיתוך של ציר ה-y עם המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות P, A, ו-B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I :  $w^6 = -27$ , w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I.



נתונה משוואה II :  $\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$ , z הוא מספר מרוכב.

ב. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I, ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות

של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות

של משוואה II נמצאות של מעגל, ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה

משוכלל במישור גאוס.

נתון : שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II

מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.



## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענו על אחת מבין השאלות 4-5.

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$

המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ , המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת

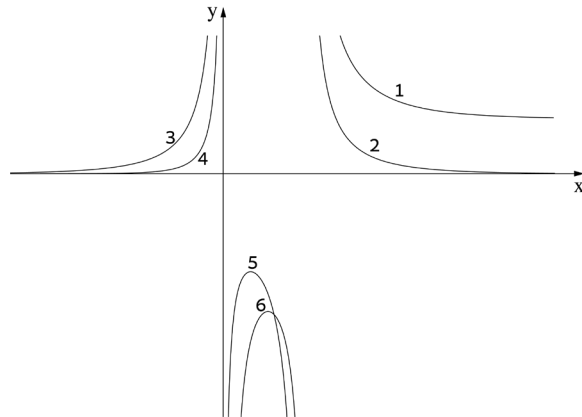
הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך בין גרף הפונקצייה  $f(x)$

ובין גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.




ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

- ד. לפניכם שני ביטויים,  $\text{II} - \text{I}$ .  
 קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי.  
 נמקו ללא חישוב.

$$\text{I. } \int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx \qquad \text{II. } \int_{\ln \frac{8}{5}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$$

- ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  ובין הישרים  $x = \ln 9$  ו- $x = \ln 16$ .

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$ .

- א.  (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה  $f(x)$  היא אי-זוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 (2) האם יש לפונקצייה  $f(x)$  נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .  
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לצירים.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .  
 (4) בכמה נקודות הגרפים  $f(x)$  ו- $g(x)$  נחתכים זה עם זה?  
 נמקו את תשובתכם.  
 ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של  $g(x)$ .

**תשובות למבחן בגרות מספר 47 - חורף תשפ"ג, 2023:**

1. א. (1)  $b = \frac{3}{\sqrt{2}} = \sqrt{4.5}$  . (2) 9 .

ב. יש להוכיח שהמקום הגאומטרי הוא מעגל.  $(x + \sqrt{4.5})^2 + y^2 = 36$  .

ג. אליפסה.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$  . 24 . ז

2. א. הסבר. ב. (1)  $k=1$  (2) לדוגמה:  $(0, 21, -16) + t(-1, 1, 1)$  . (3)  $10.89^\circ$  .

ג. (1)  $A(0, -11, 0)$  ,  $B(0, 5, 0)$  ,  $p(0, 21, -16)$  . (2) 128 .

3. א.  $w_4 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(210^\circ)$  ,  $w_3 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(150^\circ)$  ,  $w_2 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(90^\circ)$  ,  $w_1 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(30^\circ)$  . 3

$w_6 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(330^\circ)$  ,  $w_5 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(270^\circ)$  .

ב. (1)  $z_6 = \frac{3}{2} - \sqrt{3}i$  ,  $z_5 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}i$  ,  $z_4 = -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i$  ,  $z_3 = -\frac{3}{2}$  ,  $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ,  $z_1 = \frac{3}{2}$  .

(2) הסבר.  $x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$  . (3) הוכחה. ג. (1) דלתון. (2)  $\frac{3}{2}$  .

4. א. (1)  $x \neq 0$  ,  $x \neq \ln 4$  .

(2)  $y=2$  עבור  $x \rightarrow \infty$  ,  $y=0$  עבור  $x \rightarrow \infty$  ,  $x = \ln 4$  ,  $x=0$  .

(3) עלייה:  $0 < x < \ln \frac{8}{5}$  או  $x < 0$  , ירידה:  $\ln 4 < x$  או  $\ln \frac{8}{5} < x < \ln 4$  .

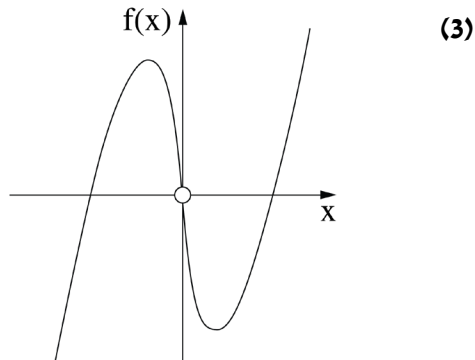
ב.  $(\ln \frac{5}{2} - \frac{50}{9})$  .

ג. הפונקצייה  $f(x)$  : חלקים 1, 4, 5 הפונקצייה  $g(x)$  : חלקים 2, 3, 6 .

ד. ביטוי I : שלילי. ביטוי II : חיובי. ה.  $\ln(4.5) \approx 1.5$  .

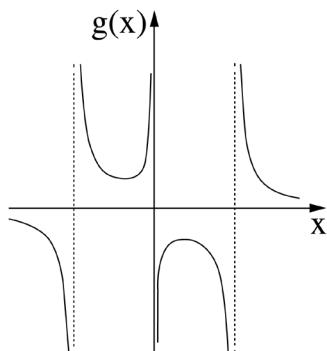
5. א. (1)  $x \neq 0$  (2)  $(\sqrt{e}, 0)$  ,  $(-\sqrt{e}, 0)$  (3) הוכחה.

ב. (1)  $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}})$  מקסימום ,  $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}})$  מינימום. (2) אין נקודת פיתול.



ג. (1)  $x \neq -\sqrt{e}$  ,  $x \neq 0$  ,  $x \neq \sqrt{e}$

(2)  $y = 0$  ,  $x = -\sqrt{e}$  ,  $x = 0$  ,  $x = \sqrt{e}$  (3)



(4) 6 נקודות.

ד. לדוגמה:  $G(x) = \frac{\ln |\ln(x^2) - 1|}{8}$



## מבחן בגרות מספר 48

### קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,  
מספרים מרוכבים

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. נתונה אליפסה שמשוואתה  $0 < k < 6$ ,  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{144 - 4k^2} = 1$

הנקודה  $F_1$  היא המוקד הימני של האליפסה,

והנקודה  $F_2$  היא המוקד השמאלי שלה.



א. הביעו באמצעות  $k$  את שיעורי הנקודות  $F_1$  ו- $F_2$ .

הנקודה  $A$  נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה

נמצא בנקודה  $F_1$ , כך שמתקיים:  $AF_1 = 10k$ .

ב. (1) הביעו באמצעות  $k$  את משוואת מדרוך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות  $k$  את שיעורי הנקודה  $A$ .

$AF_1$  הוא קוטר במעגל. הישר שמשוואתו  $5x + 12y = 138$  משיק למעגל זה.

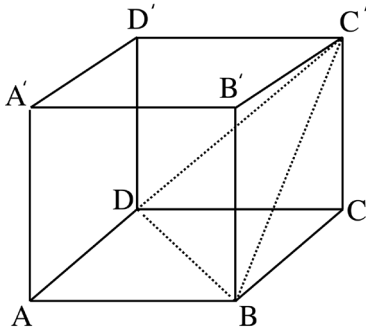
ג. מצאו את הערך של  $k$ .

$D$  היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש  $F_1AF_2$  גדול מהיקף המשולש  $F_1DF_2$ ,

קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה  $ABCD A' B' C' D'$ .



נסמן:  $\overline{AB} = \underline{u}$ ,  $\overline{AD} = \underline{v}$ ,  $\overline{AA'} = \underline{w}$ .



א. הוכיחו כי האלכסון  $CA'$

מאונך למישור  $BC'D$ .

נקודה  $E$  היא מפגש התיכונים

במשולש  $BC'D$ .

ב. (1) הביעו את הווקטור  $\overline{CE}$

באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{w}$ .

(2) הוכיחו כי הנקודות  $E$ ,  $C$  ו-  $A'$

נמצאות על ישר אחד.

נתון:  $D(0,0,0)$ ,  $C(3,4,0)$ ,  $A(4,n,p)$ ,  $n$  ו-  $p$  הם פרמטרים.

שיעור ה-  $z$  של הנקודה  $C'$  הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ , והוכיחו כי  $ABCD$  נמצא במישור  $z = 0$ .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה  $C'$ .

ד.  $\ell$  הוא ישר החיתוך בין המישור  $BC'D$  ובין המישור  $BCC'B'$ .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של הישר  $\ell$ .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר  $\ell$  ואינו חותך

את ציר ה-  $x$ .

3. נתונה המשוואה  $z^3 = \frac{1}{z^3}$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

נתון כי המספר  $z_0$  הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.



א. מצאו את המספר המרוכב  $z_0$ .

הנקודות  $A$ ,  $B$  ו- $C$  מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים  $d \cdot z_0$ ,  $d \cdot z_0$  ו- $d \cdot (z_0)^4$ , בהתאמה,  $d > 0$  הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש  $ABC$  הוא  $5d+6$ .

ב. מצאו את הערך של  $d$ .

נגדיר:  $w = \left( (z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1+i)$ .

ג. מצאו את  $|w|$  ואת הארגומנט (הזווית) של  $w$ .

נתון כי המספר  $w^n$  ( $n$  הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור,

ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש  $ABC$ .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של  $n$ .

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענו על אחת מבין השאלות 4-5.

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$ , המוגדרת לכל  $x$ .

$n$  הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2.

ענו על סעיף א עבור  $n$  זוגי ועבור  $n$  אי-זוגי.

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ענו על הסעיפים ב-ג עבור  $n = 2$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = 3e^x - 7$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה  $f(x)$

ובין גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$

ועל ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $h(x) = |f(x)|$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה  $h(x)$ ?

מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחום הערכים של  $k$  שעבורו הישר  $y = k$  חותך את גרף

הפונקצייה  $h(x)$  ב-3 נקודות.



5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = (x+1)(1 - \ln(x))$ , המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת

הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $g(x)$

(אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  ואת תחום הקעירות כלפי

מטה  $\cap$  של הפונקצייה  $g(x)$ .

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$ , המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת

הפונקצייה  $g(x)$ .

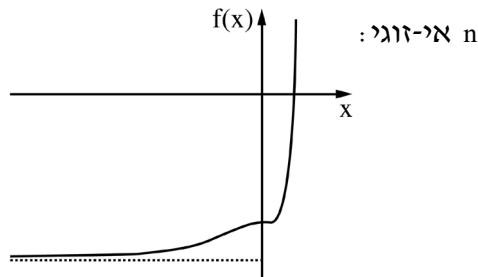
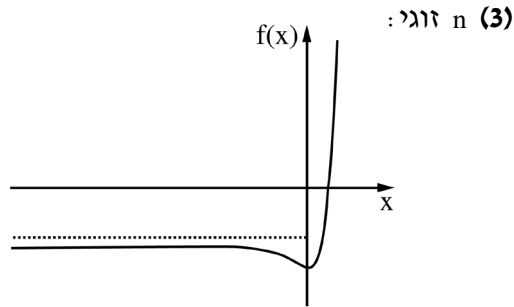
ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $h(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = e$  ו- $x = 1$ .



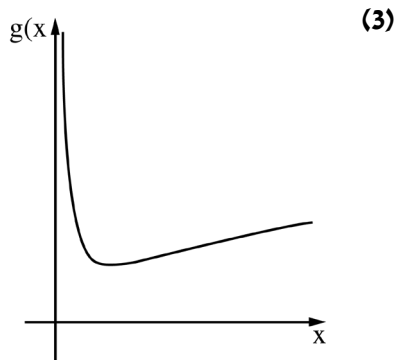
תשובות למבחן בגרות מספר 48 - קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023:

1. א.  $F_2(-2k, 0)$ ,  $F_1(2k, 0)$ . ב.  $x = -2k$  (1). ג.  $A(8k, 8k)$  (2). ד. קטן.
2. א. הוכחה. ב.  $-\frac{1}{3}u - \frac{1}{3}v + \frac{1}{3}w$  (1). ג.  $A(4, -3, 0)$  (1). ד.  $C'(3, 4, 5)$  (2).
- ד. לדוגמה:  $(7, 1, 0) + t(4, -3, -5)$ . ה. לדוגמה:  $(7, 1, 0) + m(4, -3, -5) + s(1, 0, 0)$ .
3. א.  $z_0 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . ב.  $d = 6$ . ג.  $|w| = \sqrt{6}$ ,  $\alpha = 315^\circ$ . ד.  $n = 6$ .
4. א. (1)  $n$  זוגי:  $y = -3$  (עבור  $x \rightarrow -\infty$ ),  $n$  אי-זוגי:  $y = -5$  (עבור  $x \rightarrow -\infty$ ).  
 (2)  $n$  זוגי:  $(0, -4)$  מינימום,  $n$  אי-זוגי: אין נקודת קיצון.



- ב. (1)  $(0, -4)$ ,  $(\ln 4, 5)$ . (2) 1.95.
- ג. (1) 2 נקודות:  $(\ln 3, 0)$  מינימום,  $(0, 4)$  מקסימום. (2)  $3 < k < 4$ .

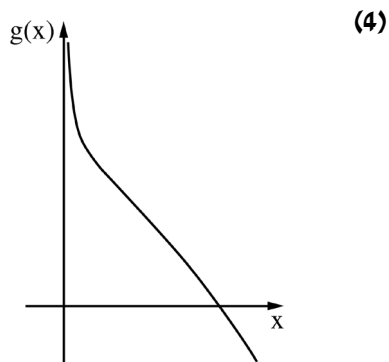
5. א. (1)  $x > 0$  . (2) מינימום (1,1).



ב. (1)  $(e,0)$  . (2) תחום עלייה: אין, תחום ירידה:  $x > 0$  .

(3) תחום קעירות כלפי מעלה  $(\cup)$ :  $0 < x < 1$  ,

תחום קעירות כלפי מטה  $(\cap)$ :  $x > 1$  .



ג.  $\frac{2}{3} - \frac{1}{e} = 1.13$  .



## מבחן בגרות מספר 49

### קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. נתונות הנקודות  $A(0, 24)$ ,  $B(18, 0)$

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C,

המקיימות  $AC^2 + BC^2 = 1,250$ .



את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א, מזיזים 9 יחידות שמאלה

ו-12 יחידות למטה, כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה-y בנקודות E ו-G (מעל E).

הנקודות  $F_1$  ו- $F_2$  הן מוקדי אליפסה קנונית

שעוברת דרך הנקודות E ו-G, כמתואר בסרטוט.

נתון: המרחק בין הישרים  $EF_1$  ו- $GF_2$  הוא 24.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה  $F_1$ .

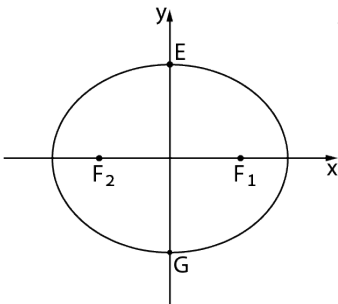
(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר  $EF_1$ ,

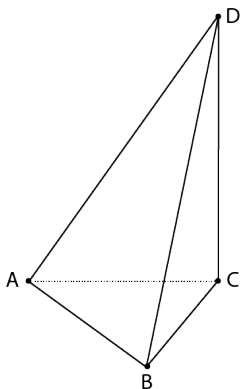
לציר ה-x ולציר ה-y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה

הנמצאים ברביעים שונים.



2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונך למישור ABC.



הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת:  $\overrightarrow{DF} = \frac{k}{2} \cdot \overrightarrow{DB} + k \cdot \overrightarrow{DC}$

k הוא פרמטר.

נסמן:  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-k את  $\overrightarrow{EF}$ .

נתון:  $\overrightarrow{EF}$  מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k.

נתון:  $A(0,0,0)$ ,  $B(p,3,0)$ ,  $C(0,n,0)$ ,

n ו-p הם פרמטרים חיוביים.

$\overrightarrow{BD} = (-4,5,12)$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו-D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המצב ההדדי בין ישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית  $z_1, z_2, z_3, \dots$  שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q.

$z_1$  נמצא ברביע הראשון.

נתון:  $(z_1)^3 = z_3$ ,  $-2z_1 = \overline{z_3}$

א. הוכיחו כי  $q = -z_1$  או  $q = z_1$ .

ב. מצאו את  $z_1$ .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור  $q = z_1$ .

$z_{4n}$  ו- $z_{4n-2}$  הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ג. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי.

נמקו את קביעותיכם.

ד. מצאו את ערך הסכום:  $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענו על אחת מבין השאלות 4-5.

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$ ,  $a$  הוא פרמטר גדול מ-1.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

לפניכם טענה: למשוואה  $f(x) = f'(x)$  קיים בדיוק פתרון אחד בתחום  $x > a$ .

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה  $g(x)$ , המקיימת:  $g(x) = \ln(f(x))$ .

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = 2$  ו- $x = 5$ .

נתון:  $1 < a < 2$ .

ד. הביעו באמצעות  $S$  את ערך האינטגרל  $\int_2^5 \ln(2 \cdot f(x)) dx$ .

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 4}$



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה  $f(x)$ .

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. נתונה הפונקצייה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ . הפונקציות  $g(x)$  ו- $f(x)$

מוגדרות באותו התחום.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי

האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים  $x = \ln 5$  ו- $x = \ln 8$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$

עם גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $s(x) = \int_x^{\ln 3} (f(t) - g(t)) dt$ , המוגדרת בתחום  $x < \ln 3$ .

ד. מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקצייה  $s(x)$  וקבעו את סוגה.

תשובות למבחן בגרות מספר 49 - קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023:

1. א.  $(x-9)^2 + (y-12)^2 = 400$  . ב.  $F_1(15,0)$  (1) .  $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$  (2)

ג. יש לרשום שתי תשובות מו התשובות האלה:

(שני מעגלים שנמצאים ברביעים שונים)

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(x-30)^2 + (y-30)^2 = 900$$

$$(x-10)^2 + (y+10)^2 = 100$$

$$(x+15)^2 + (y-15)^2 = 225$$

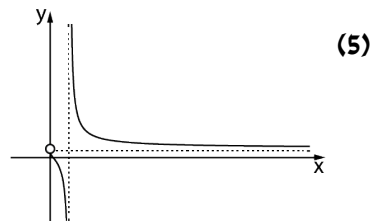
2. א.  $\overline{EF} = (\frac{1}{2} - \frac{k}{2})\underline{v} + \frac{k}{2}\underline{u} + (\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}k)\underline{w}$  . ב.  $k = \frac{1}{3}$

ג.  $D(0,8,12)$  ,  $B(4,3,0)$  ,  $C(0,8,0)$  . ד. 64 . ה. מצטלבים.

3. א. הוכחה. ב.  $z_1 = \sqrt{2}\text{cis}45^\circ$  . ג. ממשי,  $z_{4n-2}$  מדומה. ד. 0.

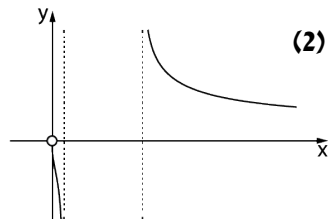
4. א. (1)  $x \neq a$  ,  $0 < x$  . (2)  $y=1$  (כאשר  $x \rightarrow \infty$ ) . (3)  $(\frac{1}{a}, 0)$

(4)  $0 < x < a$  או  $a < x$



ב. לא נכונה. ג. (1)  $0 < x < \frac{1}{a}$  או  $x > a$

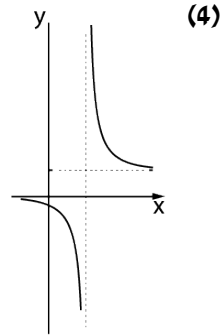
ד.  $3\ln 2 + S$  (2)



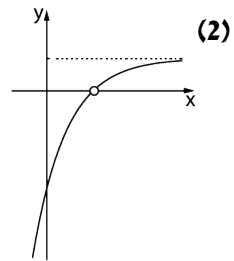


5. א. (1)  $x \neq \ln 4$  (2)  $x = \ln 4$  (עבור  $x \rightarrow \infty$ ),  $y = 1$  (עבור  $x \rightarrow -\infty$ )  $y = 0$ .

(3) עלייה: אין, ירידה:  $x > \ln 4$  או  $x < \ln 4$ .



ב. (1)  $y = 1$  (עבור  $x \rightarrow \infty$ ).



(3)  $\frac{3}{10}$ .

ג.  $(\ln 2, -1)$ . ד.  $x = \ln 2$ , מינימום.



## מבחן בגרות מספר 50

חורף תשפ"ד, 2024

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

1. במשולש ישר זווית  $ABC$  ( $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ), שיעורי הקודקוד  $A$  הם  $(a, 0)$ ,

$a$  הוא פרמטר שונה מאפס.

שיעור ה- $x$  של הקודקוד  $B$  הוא  $-a$ .

הצלע  $BC$  מקבילה לציר ה- $x$ .

הנקודה  $M$  היא אמצע הצלע  $BC$ .

א. הביעו באמצעות  $a$  את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות  $M$ .

ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א. סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.

באחת מן הנקודות  $M$ , שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר  $\ell$  המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ג. הוכיחו כי הישר  $\ell$  מקביל לישר  $AC$ .

נתון גם כי  $AM = 10$  (הנקודה  $M$  נמצאת ברביע הראשון),

והקודקוד  $B$  נמצא על הישר  $x = -2$ .

ד. מצאו את שיעורי הקודקודים  $B$  ו- $C$ .

ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל  $A$  העבירו מעגל המשיק לישרים  $\ell$  ו- $AC$ .

ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.



2. נתונים הישר  $\ell$  והמישור  $\pi$ .

הצגה הפרמטרית של הישר  $\ell$  היא  $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$ .  
משוואת המישור  $\pi$  היא  $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$ .



$m$  הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של  $m$  הישר  $\ell$  אינו מקביל למישור  $\pi$ .

נתון כי הישר  $\ell$  ניצב למישור  $\pi$  וחותך אותו בנקודה  $A$ .

ב. מצאו את הערך של הפרמטר  $m$ .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ .

ד. לפניכם טענה:

קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר  $\ell$  ועובר דרך הנקודה  $(5, -5, -9)$ .  
קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3.  $z = x + yi$  הוא מספר מרוכב ( $x$  ו- $y$  הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $(x, y)$  במישור גאוס המקיימות:

$$|6 - \bar{z} - 8i|^2 - |10i| = |9 + 12i|$$



הנקודה  $M$  היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים  $z_A$  ו- $z_M$  מייצגים את הנקודות  $A$  ו- $M$ , בהתאמה.

נתון: למספרים  $z_A$  ו- $z_M$  יש אותו ארגומנט (זווית).

$$2|z_A| = |z_M|$$

ב. מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ .

נתונה סדרה הנדסית  $z_1, z_2, z_3, \dots$ .

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה  $A$ , והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה  $M$ .

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום:  $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$ .

**פרק שני- גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונות הפונקציות:  $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$ ,  $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$  המוגדרות לכל  $x$ .

a הוא פרמטר.



א. מצאו את הערך של a שבעבורו  $f(x) = g'(x)$  לכל ערך של  $x$ .

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$

ו-  $g(x)$ , וקבעו את סוגן.

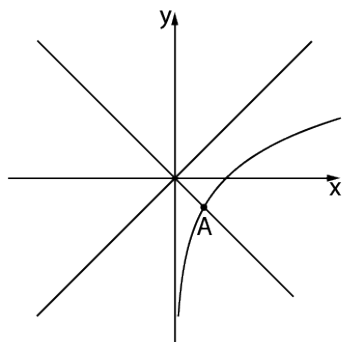
ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ושל גרף

הפונקצייה  $g(x)$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה-  $x$ .

ה. חשבו את הערך של הביטוי:  $\int_1^2 \left( \frac{e^{2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left( \frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$

5. בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקצייה  $f(x) = \ln(x)$  המוגדרת בתחום



$x > 0$ , ומתוארים הישרים  $y = x$  ו- $y = -x - 1$ .



הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה- $x$  של הנקודה A ב- $a$ . היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א-ה שלפניכם. הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

נתונה הפונקצייה:  $g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$

עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- $x$

של הפונקצייה  $g(x)$ .

ב. הסבירו מדוע מתקיים  $0 < a < 1$ .

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.

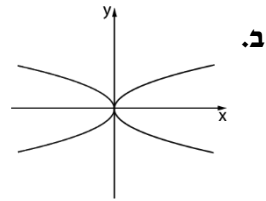
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $g(x)$ .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $h(x) = e^{g(x)}$ .

תשובות למבחן בגרות מספר 50 – חורף תשפ"ד, 2024 :

1. א.  $y^2 = 4ax$ .



ג. הוכחה. ד.  $C(18,8), B(-2,8)$ . ה.  $(1,2)$ .

2. א. להראות. ב.  $m = -5$ . ג.  $A(2,0,-10)$ . ד. לא נכונה.

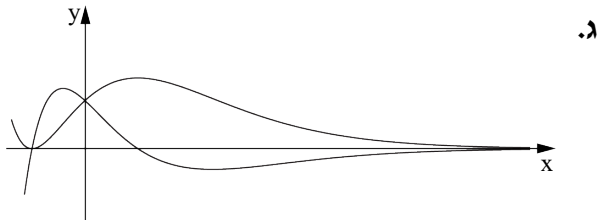
3. א. להראות. ב.  $A(3,4)$ . ג.  $\sqrt[4]{2}, \sqrt[4]{2}i, -\sqrt[4]{2}, -\sqrt[4]{2}i$ . ד. 1,871.02.

4. א.  $a = 1$ .

ב. (1)  $(0,1), (-1,0), (1,0)$ . (2)  $(-1,0), (0,1)$ .

(3) נקודות קיצון של הפונקצייה  $f(x)$ :  $\max(1-\sqrt{2}, 1.25)$ ,  $\min(1+\sqrt{2}, -0.43)$ .

נקודות קיצון של הפונקצייה  $g(x)$ :  $\max(1, \frac{4}{e})$ ,  $\min(-1, 0)$ .

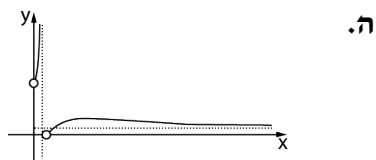
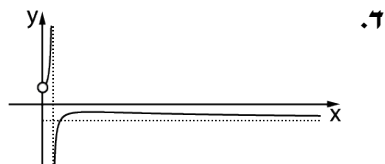


ד.  $\frac{4}{e}$ . ה.  $\frac{e^2}{9} - \frac{e}{4} \approx 0.14$ .

5. א. (1)  $x > 0, x \neq a$  . (2) אין. (3)  $y = -1$  ( $x \rightarrow \infty$ ) . ב. הסבר.

ג. (1)  $\max\left(e, \frac{1-e}{1+e}\right)$  .

(2) תחומי עלייה:  $0 < x < a$  ,  $a < x < a$  , תחומי ירידה:  $e < x$  .





# מבחן בגרות מספר 51

קיץ תשפ"ד, מועד א, 2024

**פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים**

1. נתון מעגל I שמשוואתו  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ , ומרכזו בנקודה K.

נתון מעגל II שמשוואתו  $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 1$ , ומרכזו בנקודה L.



הנקודה A נמצאת על מעגל I, והנקודה B נמצאת על מעגל II.

מעבירים משיק למעגל I דרך הנקודה A ומשיק למעגל II דרך הנקודה B. שני המשיקים נחתכים בנקודה M.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות  $MA = MB$  הוא קו ישר, ומצאו את משוואתו.

ב. (1) הראו כי הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א והישר KL מאונכים זה לזה.

(2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה  $ML = MK$ ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 9.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

הנקודה M שמצאתם בסעיף ג נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ , p הוא פרמטר.

ד. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה M.



2. נתונים שני ישרים  $l_1$  ו- $l_2$ . לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן הישרים.

$$l_1: \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$l_2: \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$



k הוא פרמטר.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים  $l_1$  ו- $l_2$ .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נסמן ב- $\alpha$  את הזווית בין הישרים  $l_1$  ו- $l_2$ .

ב. מצאו את הערך של k שבעבורו מתקיים  $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ .

הציבו  $k = 2$ , וענו על הסעיפים ג-ה.

המישור  $\pi$  מכיל את הישרים  $l_1$  ו- $l_2$ .

ג. מצאו את משוואת המישור  $\pi$ .

הנקודה B נמצאת על הישר  $l_2$ , והנקודה O היא ראשית הצירים.

המשולש AOB הוא שווה שוקיים,  $AO = AB$ .

ד. הסבירו מדוע המשולש AOB נמצא במישור  $\pi$ .

מן הנקודה A מעלים אנך למישור  $\pi$  ומסמנים עליו את הנקודה S.

נתון: נפח הפירמידה SAOB הוא  $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ .

ה. מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B נמצא

ברביע השני במישור גאוס.



אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים.

המספר המרוכב  $z$  מייצג את הקודקוד A.

נתון:  $BD = 2AC$ .

א. הביעו באמצעות  $z$  את המספרים שמייצגים את הקודקודים B, C ו-D

נסמן:  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

ב. ענו על התת-סעיפים (1) ו-(2). הביעו את תשובותיכם באמצעות  $r$  ו- $\theta$

אם יש צורך.

(1) כתבו הצגה קוטבית של ארבעת המספרים ההופכיים  $\left(\frac{1}{z}, \dots\right)$

למספרים המייצגים את קודקודי המעוין.

(2) ארבעת המספרים שמצאתם בתת-סעיף ב (1) מייצגים קודקודים

של מרובע. מצאו את שטח המרובע שנוצר על ידי קודקודים אלה.

ג. נתונה המשוואה:  $w^{11} = \bar{w}$ , הוא מספר מרוכב השונה מ-0.

מצאו את סכום 12 הפתרונות של המשוואה.

פתרונות המשוואה שבסעיף ג מייצגים קודקודים של מצולע ששטחו שווה לשטח

המרובע שמצאתם בתת-סעיף ב (2).

ד. מצאו את הערך של  $r$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{e^x - b}{(e^x - 4)^2}$ ,  $b$  הוא פרמטר חיובי,  $b \neq 4$ .



א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות  $b$  אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = \ln(12)$ .

ב. מצאו את הערך של  $b$ , ואת סוג נקודת הקיצון.

הציבו בפונקצייה  $f(x)$  את הערך של  $b$  שמצאתם, וענו על הסעיפים ג-ו.

נתונה הפונקצייה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לצירים.

ד. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

ה. מהו שיעור ה- $y$  של נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם גרף הפונקצייה  $g(x)$ ? נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו אם הערך של  $\int_{-2}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$  קטן או גדול מ- $1\frac{1}{2}$ .

נמקו את קביעתכם.

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x((\ln(x))^2 - 2\ln(x) + 2)$ , המוגדרת בתחום  $x > 0$ .

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).



ב. מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של הפונקצייה  $f(x)$ .

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתונות הפונקציות  $h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ ,  $g(x) = (\ln(x))^2 - 4$ , המוגדרות בתחום  $x > 0$ .

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  העבירו

אנכים לציר ה- $x$ .

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי גרף הפונקצייה

$h(x)$  ועל ידי האנכים.

תשובות למבחן בגרות מספר 51 – קיץ תשפ"ד, מועד א, 2024 :

1. א.  $y = -4x - 3$  . ב. (1) להראות . ג. (2) לא . ג.  $M(-2, 5)$  .

ד.  $y = -1.25x + 2.5$  .

2. א.  $A(1, -3, 0)$  . ב.  $k = 2$  או  $k = -2$  . ג.  $3x + y - 2z = 0$  .

ד. להסביר . ה.  $S(7, -1, -4)$  או  $S(-5, -5, 4)$  .

3. א.  $z_D = -2zi$  ,  $z_C = -z$  ,  $z_B = 2zi$  ,  $z_A = z$  .

ב. (1)  $\frac{1}{z_C} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta - 180^\circ)$  ,  $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 90^\circ)$  ,  $\frac{1}{z_A} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta)$  .

$\frac{1}{z_D} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 270^\circ)$  .

$\frac{1}{r^2}$  (2)

ג. 0 . ד.  $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$  .

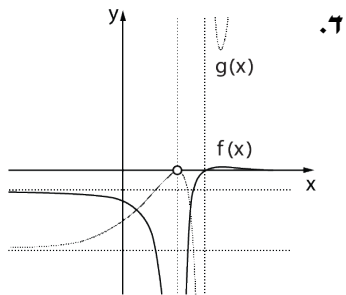
4. א. (1)  $x \neq \ln 4$  . ב. (2)  $x = \ln 4$  , מימין :  $y = 0$  , משמאל :  $y = \frac{-b}{16}$  .

(3)  $\left(0, \frac{1-b}{9}\right), (\ln b, 0)$  .

ב.  $b = 8$  נקודת מקסימום .

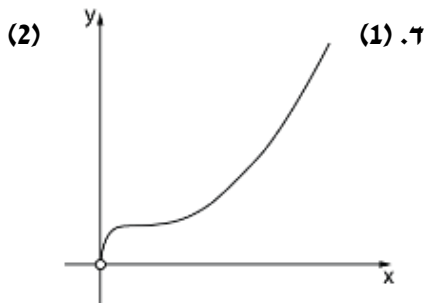
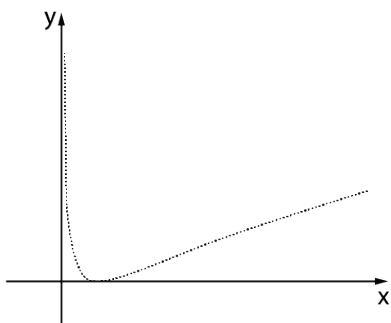
ג. (1)  $x \neq \ln 4, x \neq \ln 8$  .

(2) משמאל :  $y = -2$  ,  $x = \ln 8$  .



ה. -1 . ו. קטן.

5. א. תחומי עלייה:  $x > 0$  . ב. (1,2) . ג. תחומי חיוביות:  $x > 0$  .



ה.  $2e^2 + \frac{6}{e^2}$  . ו.  $\frac{40}{3} + 2e^2 + \frac{6}{e^2}$  .



## מבחן בגרות מספר 52

קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,  
מספרים מרוכבים

1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין

מראשית הצירים הוא  $\sqrt{5}$ .

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מהנקודה M מורידים אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה  $K(a, 0)$ .

על הישר  $x = -a$  מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה-x.

הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה

נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם.

שיעור ה-x של הנקודה N הוא 5.

ה. מצאו את משוואת שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים

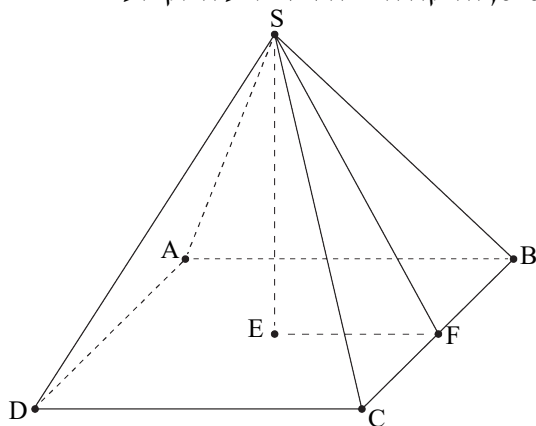
למעגל החסום במעוין.

245

2.

בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.



נסמן:  $\overline{SE} = \underline{u}$ ,  $\overline{SF} = \underline{v}$ ,  $\overline{SB} = \underline{w}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$

את הווקטורים  $\overline{BC}$  ו- $\overline{DC}$ .

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון:  $|\underline{u}| = 7$ .

ב. מצאו את הערך של  $\underline{u} \cdot \underline{w}$ .

נתון:  $\overline{BA} = (-3, 4, 5)$ .

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון:  $E(0, 4, 5)$ , מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.



3. א. (1) מצאו את פתרונות המשוואה:  $z^6 + 64i = 0$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

(2) מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה:  $\frac{z^6 + 64i}{z^2 - 4i} = 0$

( $z$  הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית  $\alpha$  נגד כיוון השעון,  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע

בעבור  $\alpha = 45^\circ$ ? נמקו את תשובתכם.

ד. (1) מצאו את שני הערכים של  $\alpha$  כך שמכפלת כל המספרים המייצגים

את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה מספר מדומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של  $\alpha$  שמצאתם?

## פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4.

נתונה הפונקצייה  $k(x) = xe^x$ , ונתונה הפונקצייה  $m(x) = 2e^x - 1$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- $y$  בעבור

כל אחת מן הפונקציות  $k(x)$  ו- $m(x)$ .

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן

הפונקציות  $k(x)$  ו- $m(x)$  (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של

הפונקציות  $k(x)$  ו- $m(x)$  עם ציר ה- $y$ .

הגרפים של הפונקציות  $k(x)$  ו- $m(x)$  נחתכים בשתי נקודות בדיוק,

נקודה אחת שבה  $x = a$  ונקודה נוספת שבה  $x = b$ ,  $b > a$ .

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה  $k(x)$

ושל גרף הפונקצייה  $m(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$ , המוגדרת לכל  $x \neq 1$ .

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של

הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ד. הסבירו מדוע למשוואה  $f'(x) = 0$  יש בדיוק שני פתרונות.

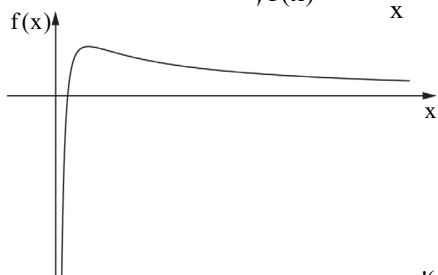
ה. (1) הסבירו מדוע  $1 < b$ .

(2) הביעו באמצעות  $a$  ו- $b$  את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

5.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה  $f(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x}$



המוגדרת בתחום  $x > 0$ .

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך

של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x)$

המוגדרת בתחום  $x > 0$  ומקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .

שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$  הוא  $-\frac{1}{4}$ .

ב. (1) מצאו את הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $h(x)$  המוגדרת כך:  $h(x) = 1 + \frac{b}{g(x)}$ ,  $b$  הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$ .

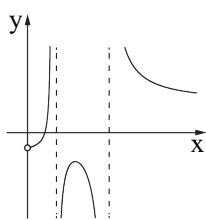
ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $h(x)$ .

(2) קבעו אם גרף הפונקצייה  $h(x)$  חותך את ציר ה- $x$ . נמקו את קביעתכם.

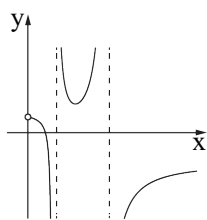
ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $h(x)$ , וקבעו את סוגה.

הביעו את תשובתכם באמצעות  $b$ , אם יש צורך.

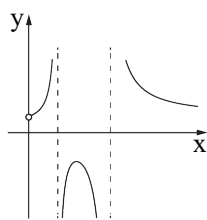
ה. קבעו איזה מן הגרפים I – IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה  $h(x)$ .



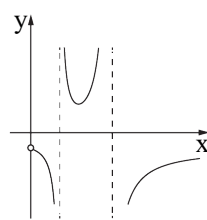
IV



III



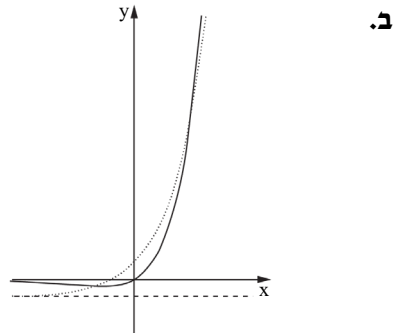
II



I

תשובות למבחן בגרות מספר 52 – קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024:

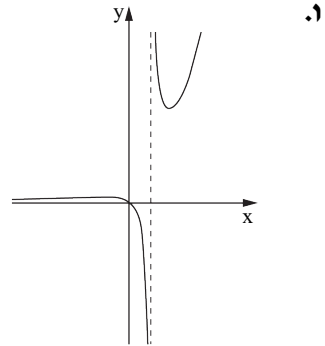
1. א.  $y = -0.5x + 2.5$  . ב.  $x^2 + y^2 = 5$  . ג.  $M(1, 2)$  . ד. להראות,  $y^2 = 4x$  . ה.  $(x-5)^2 + (y-2\sqrt{5})^2 = 20$  ,  $(x-5)^2 + (y-2\sqrt{5})^2 = 80$  .
2. א.  $\overline{DC} = 2\overline{u} + 2\overline{v}$  ,  $\overline{BC} = 2\overline{v} - 2\overline{w}$  . ב.  $\underline{u} \cdot \underline{w} = 49$  . ג.  $\sim 54.46^\circ$  . ד.  $4x + 3y - 12 = 0$  . ה.  $B(3, 0, 5)$  .
3. א. (1)  $2\text{cis}225^\circ$  ,  $2\text{cis}285^\circ$  ,  $2\text{cis}345^\circ$  ,  $2\text{cis}45^\circ$  ,  $2\text{cis}105^\circ$  ,  $2\text{cis}165^\circ$  . ב.  $4\sqrt{3}$  . ג. 16 . ד. (1)  $\alpha = 22.5^\circ$  או  $\alpha = 67.5^\circ$  . (2) בעבור  $\alpha = 22.5^\circ$  המכפלה  $-16i$  , בעבור  $\alpha = 67.5^\circ$  המכפלה  $16i$  .
4. א. (1)  $k(x)$  :  $y = 0(x \rightarrow -\infty)$  ,  $m(x)$  :  $y = -1(x \rightarrow -\infty)$  . ב. (2)  $k(x)$  : עולה  $x > -1$  , יורדת  $x < -1$  .



- ג. (1)  $x = 1$  ,  $y = 0$  ( $x \rightarrow -\infty$ ) . (2)  $(0, 0)$  . ד. הסבר.

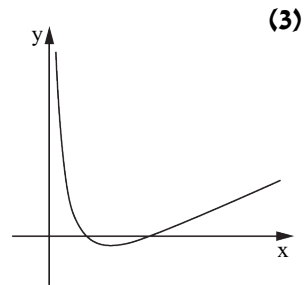
ה. (1) הסבר. (2) תחומי עלייה:  $x < a$ ,  $x > b$ ,

תחומי ירידה:  $a < x < 1$ ,  $1 < x < b$ .



5. א.  $(\sqrt{e}, 0)$ .

ב. (1)  $g(x) = (\ln(x))^2 - \ln(x)$  (2)  $(1, 0)$ ,  $(e, 0)$ .



ג. (1)  $x > 0$ ,  $x \neq 1$ ,  $x \neq e$  (2) לא.

ד.  $(\sqrt{e}, 1-4b)$  מקסימום. ה. II.

## נוסחאון מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד

#### אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0$$

#### סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1-q}$	סכום אין-סופי:	

**גדילה ודעיכה:** כעבור זמן  $t$ :  $M_t = M_0 \cdot q^t$ ,  $q < 1$  – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

#### לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

#### הסתברות

**נוסחת ברנולי** – ההסתברות ל- $k$  הצלחות מתוך  $n$  ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad p: \text{ההסתברות להצלחה}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

**טריגונומטריה וגאומטריה**

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

(R – רדיוס המעגל החוסים)  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$  משפט הסינוסים:

( $\gamma$  היא הזווית הכלואה בין a ל- b)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$  משפט הקוסינוסים:

שטח גזרה של  $\alpha$  רדיאנים:  $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$  אורך קשת של  $\alpha$  רדיאנים:  $\ell = \alpha R$

שטח משולש:  $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$  ( $\alpha$  היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

**גופים במרחב**

פירמידה וחרוט: נפח:  $V = \frac{B \cdot h}{3}$  (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת:  $M = \pi R \ell$  (R – רדיוס העיגול,  $\ell$  – הקו היוצר)

**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \qquad (x^t)' = t x^{t-1} \text{ (t ממשי)}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x \qquad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$  נגזרת של מכפלת פונקציות:

$$\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$
 נגזרת של מנת פונקציות:

$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$  נגזרת של פונקציה מורכבת:

$u'(x)$  היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו-  $f'(u)$  היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

**אינטגרלים:**

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממש, } t)$$

אם  $F(x)$  היא פונקציה קדומה של הפונקציה  $f(x)$  אז:  $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + C$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

**מספרים מרוכבים**

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מובר:}$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) \right] : z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

**וקטורים**

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad \text{אורך של וקטור:}$$

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad \text{מישור דרך קצות הווקטורים } \underline{a}, \underline{b}, \underline{c} :$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha \quad \text{מכפלה סקלרית:}$$

$$\frac{|\underline{y} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{y}|} \quad \text{מרחק בין נקודה } \underline{p} \text{ למישור } \underline{y} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{y} \cdot \underline{b}|}{|\underline{y}| \cdot |\underline{b}|} \quad \text{מציאת זווית בין הישר } \underline{a} + t\underline{b} \text{ למישור } \underline{y} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} \quad \text{מציאת זווית בין המישורים } \underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0, \underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0 :$$



### גאומטריה אנליטית

#### קו ישר:

שיפוע,  $m$ , של ישר העובר דרך הנקודות  $(x_1, y_1)$  ו- $(x_2, y_2)$ :  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר  $y = mx + b$  עם שיפוע  $m$ , העובר בנקודה  $(x_1, y_1)$ :  $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי הנקודה  $C$  המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו הם  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ביחס  $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$ :  $(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell})$

שני ישרים, בעלי שיפועים  $m_1, m_2$  מאונכים זה לזה אם ורק אם  $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה  $(x_0, y_0)$  מהישר  $Ax + By + C = 0$ :  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

#### מעגל:

משוואת המשיק למעגל  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

#### פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה  $y^2 = 2px$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על הפרבולה:  $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

מדריך של פרבולה:  $x = -\frac{p}{2}$

מוקד של פרבולה:  $F(\frac{p}{2}, 0)$

#### אליפסה:

משוואת אליפסה:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

מרחק המוקד מהראשית:  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים:  $r_1 + r_2 = 2a$