

התוכנית לנוער מוכשר במתמטיקה ע"ש ויקטור בנטטה
המרכז הישראלי לקידום מדעי המתמטיקה ע"ר

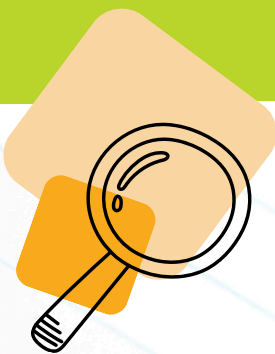


קובץ שאלות קצרות

מתוך מאגר התוכניות לנוער מוכשר במתמטיקה

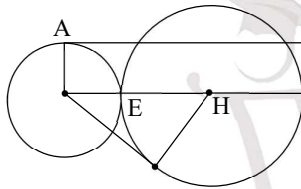
ע"פ תוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה

שאלון 35571





גיאומטריה



1. נתונים שני מעגלים שמרכזיהם בנקודות H ו-B המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה E. המשיך הקטע BH (מהכיוון של H) חותך את היקף המעגל שמרכזו H בנקודה C. הנקודה A נמצאת על היקף המעגל שמרכזו B. הנקודה D נמצאת מחוץ לשני המעגלים כך שמתקבל מלבן ABCD.

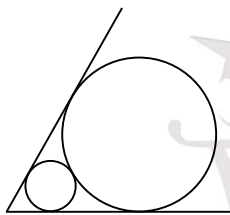
הנקודה F מונחת על היקף המעגל שמרכזו H כך ש: $BF \perp FH$. נתון: שטח המלבן ABCD הוא 20. חשבו את אורך הקטע BF.

2. נתונה מקבילית ABCD ששטחה 24 סמ"ר.

הנקודה E היא נקודת מפגש האלכסונים. הנקודה K היא אמצע הקטע DC. הנקודה F היא נקודת החיתוך של האלכסון DB והקטע AK.

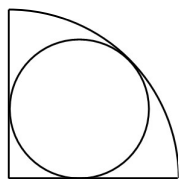
מצאו את שטח המשולש AFE.

3. מצאו את אורכי צלעותיו של משולש ישר זווית, אם נתון שאורך רדיוס המעגל החוסם אותו הוא 6.5 ס"מ, ושארך רדיוס המעגל החסום בתוכו הוא 2 ס"מ.



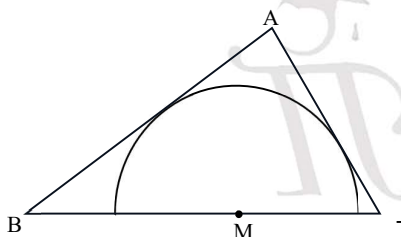
4. בתוך זווית בת 60° חסומים מעגל קטן ומעגל גדול, המשיקים זה לזה ולשוקי הזווית, כמתואר בשרטוט. רדיוס מעגל הקטן הוא r.

בטאו באמצעות r את רדיוס המעגל הגדול.



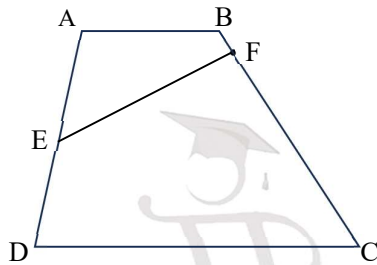
5. נתון רבע מעגל שבתוכו חסום מעגל קטן. הרדיוס של רבע המעגל הוא R.

בטאו באמצעות R את הרדיוס של המעגל הקטן.



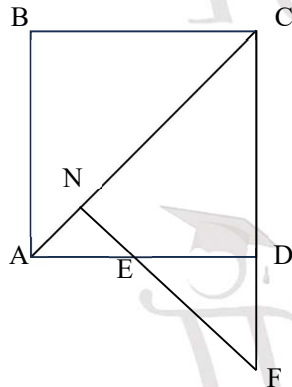
6. חצי מעגל שמרכזו בנקודה M חסום בין צלעות המשולש ABC, כך שקוטר חצי המעגל מונח על הצלע BC. נתון בנוסף: $AC = 12$, $BC = 18$, $AB = 15$.

חשבו את אורך הקטע MC.



7. בסיסי הטרפז ABCD הם AB ו-CD.

נתון: $EF = 15$, $BC = 20$, $EF \perp BC$, $AE = ED$.
חשבו את שטח הטרפז.

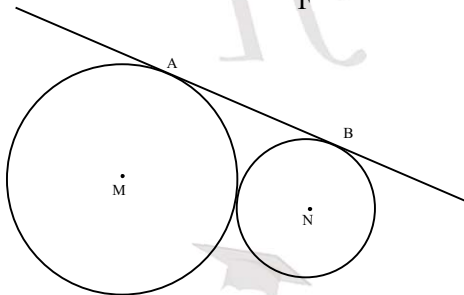


8. נתון ריבוע ABCD. הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CD, כך ש-FN מאונך ל-AC.

היחס בין שטח המרובע NCDE לשטח המשולש ANE הוא 8.

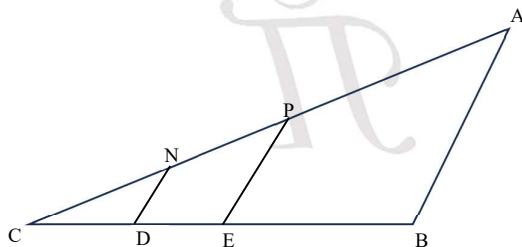
בנוסף נתון כי $NE = \sqrt{2}$.

חשבו את היחס בין השטח המשולש NFC לשטח המשולש EDF.



9. נתונים שני מעגלים המשיקים מבחוץ, שמרכזיהם בנקודות M ו-N. משיק משותף לשני המעגלים משיק למעגל M בנקודה A ולמעגל N בנקודה B. נסמן את הרדיוס של מעגל M ב-R ואת רדיוס המעגל N ב-r. נתון כי: $R = 3r$.

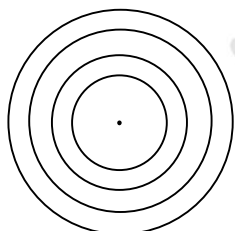
מצאו את זוויות המרובע MABN.



10. נתון: $ND \parallel PE \parallel AB$. שטחי המשולשים

CAB, CPE, CND הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

$CD = 3$, $DB = 9$. מצאו את מנת הסדרה.



11. נתונים 4 מעגלים, שלכולם מרכז משותף. ההיקפים של המעגלים מהווים סדרה חשבונית.

קבעו האם השטחים של הטבעות הנוצרות בין כל זוג מעגלים סמוכים כאלו מהווים גם הם סדרה חשבונית?



טריגונומטריה

12. נתונה מכפלת הגורמים הבאה :

$$\sin(\alpha) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin(\alpha + \pi) \cdot \dots \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}n\right)$$

קבעו לאיזה ערך של n המכפלה שווה ל: $\frac{\sin^5(2\alpha)}{32}$.



13. נתון משולש ישר זווית שאחת מזוויותיו החדות היא 15° .

מצאו ללא מחשבון כמה שווה $\tan 15^\circ$.

(היעזרו בשרטוט משמאל, קו העזר המקווקו יוצר משולש שווה שוקיים)

14. חשבו את הסכום: $\cos^2(1^\circ) + \cos^2(2^\circ) + \cos^2(3^\circ) + \dots + \cos^2(89^\circ) + \cos^2(90^\circ)$.

15. נתונה סדרה שהאיבר הכללי שלה הוא: $a_n = \sin(\pi n + x)$, וסכום n האיברים הראשונים שלה הוא

$$S_n = \sin(3\pi + x)$$

מבין ארבע התשובות הבאות, מי יכולה להתאים למספר איברי הסדרה? (יכולה להיות יותר מתשובה אחת)

47 (ד)

26 (ג)

53 (ב)

32 (א)

16. נתון משולש שאורך צלעו הקטנה הוא a . צלעות המשולש מהוות סדרה חשבונית שהפרשה 1.

מצאו את התחום שבו נמצא a , אם ידוע שהמשולש הוא משולש קהה זווית.

17. נתון משולש שווה שוקיים: ABC ($AB = BC$), שזוויות הבסיס שלו שוות כל אחת ל α . הגובה לבסיס (BD)

והגובה לשוק (AE) נפגשים בנקודה K .

$$\frac{AK}{KE} = -\frac{1}{\cos 2\alpha}$$



18. זוויותיו של מרובע החסום במעגל הן (לפי סדר קודקודיו) : $\alpha, \varepsilon, \delta, \gamma$.

נתון גם : $(\sin \alpha) \cdot (\sin \delta) = (\sin \varepsilon) \cdot (\sin \gamma)$.

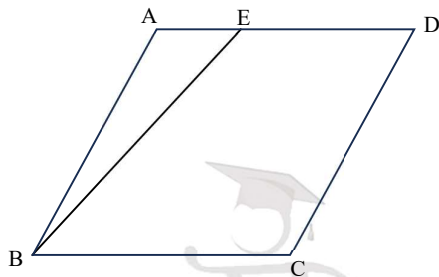
איזה סוג מרובע מקיים את תנאי השאלה? נמקד.

19. נתון מצולע משוכלל. ידוע שהיחס בין רדיוס המעגל החסום בו לבין צלע המצולע הוא : $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

כמה צלעות יש למצולע ?

20. נתון מעוין שחוסם מעגל. ידוע ששטח המעוין הוא 60 סמ"ר, ושרדיוס המעגל החסום בתוכו הוא 3 ס"מ.

מצאו את זוויות המעוין ואת אורך אלכסונו.

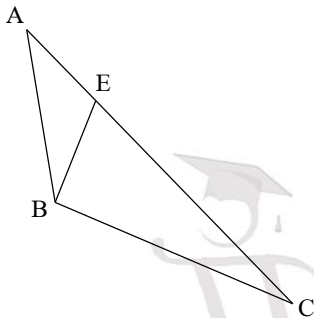


21. נתון מעוין ABCD שבו זווית B חדה. דרך קודקוד B העבירו קטע החותך את הצלע AD בנקודה E.

נתונה הטענה הבאה :

"אם נתון ש : $\angle EBC = 2 \cdot \angle ABE$, אז ייתכן כי מתקיים : $\frac{ED}{AE} = 2$."

קבעו האם הטענה נכונה או לא נכונה.



22. נתון משולש ישר זווית EBC ($\angle EBC = 90^\circ$).

הנקודה A מונחת על המשך הקטע CE (מהכיוון של E) כך שמתקיים :

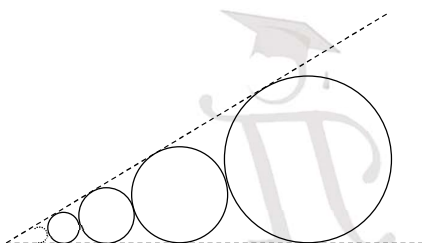
$AE = BE$. נסמן : $\angle BAE = \alpha$.

מצאו עבור אילו ערכי α רדיוס המעגל החוסם את המשולש EBC גדול

מרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.



סדרות



23. בתוך קרן זווית חסומים אינסוף מעגלים המשיקים זה לזה ולקרני הזווית (כמתואר בשרטוט).

ידוע שהיחס בין אורכי הרדיוסים של כל שני מעגלים משיקים כאלו הוא

$$\frac{1}{3} \text{ קבוע ושווה ל-} \frac{1}{3}.$$

סמנו את רדיוס המעגל הגדול ביותר החסום בתוך הקרן הזווית ב- R , ובטאו בעזרת R את סכום השטחים של כל המעגלים החסומים בקרן הזווית.

24. a, b, c הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית אינסופית יורדת (האיברים מסודרים משמאל לימין. a הוא האיבר הראשון בסדרה).

$$\text{נתונה הפרבולה: } f(x) = ax^2 + bx + c.$$

(1) קבעו האם הפרבולה חותכת את ציר ה- x . נמקו.

(2) מצאו את תחום הערכים של שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפרבולה.

25. נתונות שלוש סדרות חשבוניות עולות a_n , b_n ו- d_n . מספר האיברים של כל אחת מהסדרות a_n ו- b_n הוא $2n$,

וסכום כל האיברים של כל אחת מהן הוא S .

האיבר d_k הוא ההפרש של הסדרה b_n .

האיבר d_{k+1} הוא ההפרש של הסדרה a_n .

א. (1) קבעו עבור כל אחד מהביטויים (i) – (iii) אם הוא נכון או לא נכון או לא ניתן לדעת. נמקו.

$$(i) a_1 > b_1$$

$$(ii) a_{2n} > b_{2n}$$

$$(iii) a_n + a_{n+1} = b_n + b_{n+1}$$

(2) האם קיים t שעבורו מתקיים: $a_t = b_t$?

אם כן – מצאו אותו (הביעו באמצעות פרמטרים מתאימים), אם לא – נמקו מדוע.

26. המספרים: t^2, f^2, k^2 בסדר זה (משמאל לימין), מהווים סדרה חשבונית.

הוכיחו כי גם המספרים: $\frac{1}{f+k}, \frac{1}{k+t}, \frac{1}{t+f}$ בסדר זה (משמאל לימין), מהווים סדרה חשבונית.

27. בסדרה חשבונית סכום m האיברים הראשונים שווה ל סכום n האיברים הראשונים ($n \neq m$).

הוכיחו כי סכום $n + m$ האיברים הראשונים בסדרה שווה ל 0.



28. נתונה הסדרה A שאיברה הכללי הוא: $a_n = (\sin(b))^{2n-2}$ פרמטר, $b \neq \frac{\pi}{2}k$ (k מספר שלם).

(1) הראו כי הסדרה הנדסית מתכנסת.

(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = \tan x$. ידוע כי סכום הסדרה האינסופית A שווה ל- $f'(x_1)$.

הביעו את x_1 באמצעות הפרמטר b .

29. נתונה סדרה חשבונית שכל איבריה חיוביים. ידוע שהפרש הסדרה הוא d ושהאיבר הראשון הוא a_1 .

בטאו באמצעות a_1 ו- d את הביטוי הבא: $a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + a_5^2 - a_6^2 + \dots + a_{49}^2 - a_{50}^2 + a_{51}^2$.

30. בסדרה הנדסית שמנתה: $0 < q < 1$, וכל איבריה שליליים, יש מספר זוגי של איברים.

קבעו מה גדול יותר: סכום האיברים במקומות הזוגיים או סכום האיברים במקומות האי-זוגיים?

31. בסדרה חשבונית $2n+1$ איברים, ידוע שכל איבריה חיוביים.

קבעו האם ייתכן שסכום כל איבריה גדול פי 2 מסכום האיברים במקומות הזוגיים?

32. נתונה סדרה חשבונית A , שהפרשה הוא d , המקיימת לכל k טבעי: $a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{n+k} = 2k^2 + 4kn$.

א. הביעו את a_{n+1} ואת a_{n+3} באמצעות n .

ב. מצאו את a_1 .

33. נתונה סדרה הנדסית בעלת n איברים (n מספר זוגי), שהאיבר הראשון שלה 3 והמנה שלה שווה ל-2. בטאו באמצעות n את המכפלה של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.

34. סכום האיברים של סדרה נתון באמצעות הנוסחה: $S_n = 4\left(\frac{1}{2}\right)^n - C$, (C פרמטר).

א. עבור איזה ערך של C הסדרה היא סדרה הנדסית?

ב. מצאו את סכום הסדרה האינסופית אם ידוע שהיא הנדסית.

ג. עבור ערך ה- C שמצאתם - האם הסדרה עולה או יורדת?



אנליזה

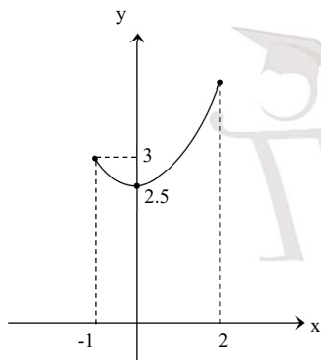
35. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^n \cdot (x-4)^{n+1}$. n הוא מספר שלם וחיובי.

ונתונה הפונקציה: $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = f(x)$.

(1) מצאו כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$. נמקו.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה: $y = \frac{x^{2n+2}}{f(x)}$ (אם קיימות).

36. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום: $-1 \leq x \leq 2$:



נתונה פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - x$, בתחום: $-1 \leq x \leq 2$.

(1) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם הצירים, אם קיימות.

(2) עבור התחום $-1 < x < 0$ מצאו את תחומי העלייה והירידה של

הפונקציה $g(x)$, אם קיימים.

(3) ידוע כי הפונקציה $g(x+1)$ בתחום: $-1 \leq x \leq 1$ היא פונקציה

זוגית. חשבו את $f(2)$.

37. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 6x}{3x^2 - 9x - 12}$. a פרמטר.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים.

(1) מצאו את הערכים האפשריים של הפרמטר a .

(2) ציר ה- x ושלוש האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים יוצרים מלבן ששטחו 10.

מצאו את ערכו של a .

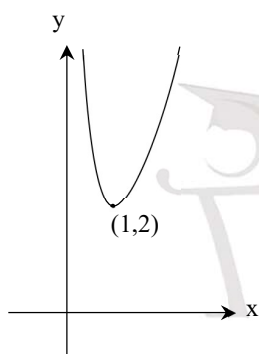
(3) נתונה הפונקציה: $g(x) = f(bx) + 1$. b פרמטר.

ידוע כי שטח המלבן הנוצר בין ציר ה- x והאסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים גדול מ-

10. מצאו את הערכים האפשריים של הפרמטר b .

38. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

מצאו כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $f(x)$. בתשובתכם התייחסו למקרה בו $a > 0$ ולמקרה בו $a \leq 0$. נמקו.



39. נתון גרף הפונקציה: $g(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ בתחום: $x > 0$.

(1) שרטטו במחברתכם את הגרף המלא של הפונקציה $g(x)$ בכל תחום הגדרתה.

(2) נתונה פונקציה נוספת: $f(x) = -\frac{1}{x}$.

חשבו את המרחק המינימלי בין נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$ לראשית הצירים. במידת הצורך היעזרו בגרף הפונקציה $g(x)$.

40. נתונות שתי פונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = \frac{1}{f^2(x)}$. ידוע כי שתי הפונקציות מוגדרות באותו התחום.

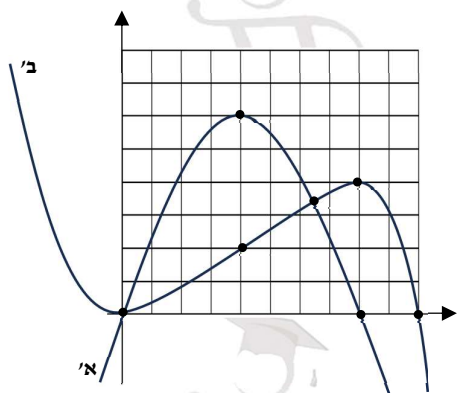
(1) נתונה הטענה: "ייתכן כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x ". קבעו האם הטענה נכונה או שגויה. נמקו.

(2) כמה נקודות חיתוך יש לפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו.

(3) ידוע כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות מסוג מקסימום בנקודות $(0, 1)$ ו- $(2, \frac{1}{9})$ (אין לה נקודות

קיצון נוספות). ידוע כי תחום ההגדרה של $g(x)$ הוא: $x \neq 1$.

שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$ (מבין כל האפשרויות שרטטו שתי אפשרויות שונות בשתי מערכות צירים נפרדות. ציינו בהן שיעורי נקודות קיצון ואו חיתוך עם הצירים).



41. נתונים 2 גרפים – א' ו-ב'. כל משבצת בגרף מייצגת יחידה אחת.

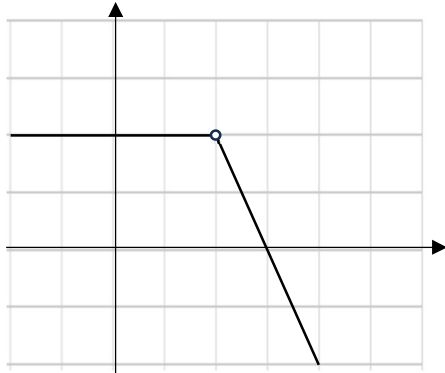
א. התאימו מי מהגרפים מתאים ל- $f'(x)$ ומי ל- $f''(x)$.

ב. קבעו כמה נקודות קיצון יש ל $f(x)$ ואת סוגן.

ג. מצאו את משוואת הישר המשיק ל $f'(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

ד. חשבו את השטח הכלוא בין גרף $f''(x)$ ובין ציר ה- x .

ה. נתון: $f(0) = 1$. הוכיחו: $f(4) < 5$.



42. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-2 \leq x \leq 4$. כל משבצת בגרף מייצגת יחידה אחת.

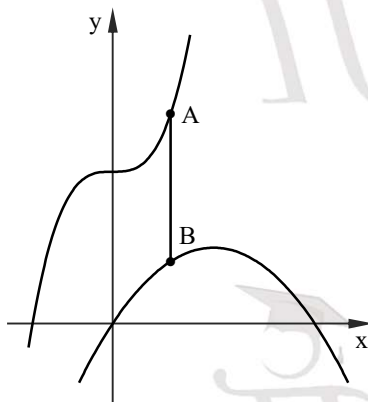
נסמן ב $F(x)$ את הפונקציה הקדומה לפונקציה $f(x)$.

ידוע כי $F(x)$ היא פונקציה רציפה בתחום הנתון.

נתון: $F(-2) = -7$.

א. חשבו את $F(4)$.

ב. חשבו את $F(3)$.



43. בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{8}{3}x^3 + b \text{ (פרמטר } b), \text{ ו } g(x) = -2x^2 + 12x$$

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$, כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.

נתון שכאשר AB הוא בעל אורך מינימלי אז אורכו הוא $16\frac{2}{3}$.

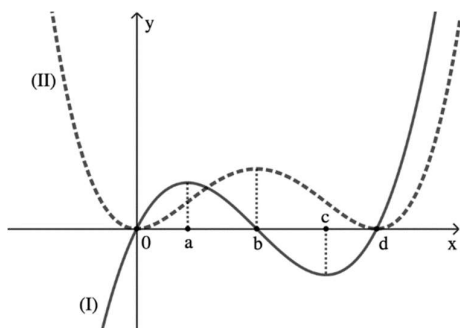
א. מצאו את ערכו של הפרמטר b.

ב. עבור ה-b שמצאתם בסעיף א' מצאו אורכו המקסימלי של הקטע AB, בתחום: $0.5 \leq x \leq 2$.

$$44. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{x}{\pi} \sin(\pi x) + \frac{1}{\pi^2} \cos(\pi x)$$

א. מצאו את שיעורי ה-x עבורם מתקיים: $f'(x) = 0$, הביעו בצורה כללית במידת הצורך.

ב. מצאו את האסימפטוטה האופקית של גרף הפונקציה $f\left(\frac{1}{x}\right)$.



45. לפניכם הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ המוגדרות לכל x .

א. קבעו איזה גרף מתאים לתאר את הפונקציה $f(x)$.

ואיזה גרף מתאים לתאר את הפונקציה $f'(x)$.
נמקו קביעתכם.

בתשובותיכם לסעיפים הבאים תוכלו להיעזר
בפרמטרים a, b, c ו- d .

ב. (1) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה U ותחומי הקעירות כלפי
מטה N של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם לפונקציה $f''(x)$ יש נקודת קיצון? אם כן – ציינו את סוגה, אם לא – הסבירו מדוע.

ג. נתונה הפונקציה: $S(t) = \int_a^t [f''(x) - f(x)] dx$, בתחום $a < t < b$.

קבעו עבור כל טענה האם היא נכונה או לא נכונה או שלא ניתן לדעת. נמקו קביעתכם.

(i). הפונקציה $S(t)$ חיובית לכל ערך t בתחום.

(ii). הפונקציה $S(t)$ יורדת לכל ערך t בתחום.

46. נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cdot \sqrt{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} - b$, בתחום: $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$, a, b פרמטרים.

א. מצאו את התחום עבורו מתקיים: $f(x) = -a \cdot \cos x - b$.

נתון גם כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x .

ב. נתונה הטענה הבאה: $|b| > |a|$. קבעו האם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו קביעתכם.

47. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{x-3} - \frac{3}{(x-3)^2}$, ונתונה הפונקציה: $g(x) = (x-3)^3 \cdot f(x)$.

מצאו את ערכי הפרמטר b עבורו למשוואה: $g(x) = b$ יש פתרון אחד בדיוק.



48. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2\sqrt{x^2+9} - x$.

א. חשבו: $\int_0^4 f'(x) dx$.

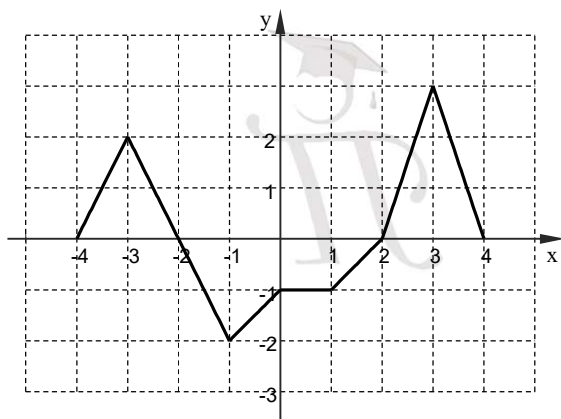
ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.

ידוע כי $f'(x)$ עולה עבור כל x .

ג. סרטטו גרף משוער של $f'(x)$.

ד. נתון הביטוי: $\int_{-1}^{4+t} f'(x) dx$ (פרמטר חיובי).

קבעו האם הביטוי גדול, קטן, או שווה לערך הביטוי שחישבתם בסעיף א. נמקו קביעתכם.



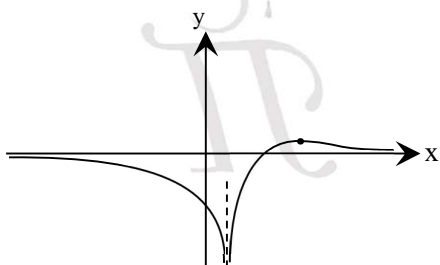
49. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \leq x \leq 4$.

א. חשבו: $\int_{-4}^4 |f(x)| dx$.

הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = \int_{-4}^x f(t) dt$, בתחום $-4 \leq x \leq 4$.

ב. חשבו את הערכים:

$g(4), g(3), g(2), g(1), g(0), g(-1), g(-2), g(-3), g(-4)$.



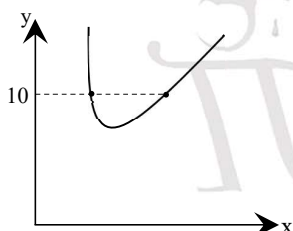
50. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x+1}$.

גרף הפונקציה $f(x)$ מתואר משמאל:

א. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון שלה, ואת משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים.

ב. נתונה פונקציה נוספת: $g(x) = (f(x))^n$ (n מספר שלם).

משמאל מתואר חלק מגרף הפונקציה $g(x)$.



(1) מצאו את n עבורו השרטוט תואם את החלק המתואר מהגרף של $g(x)$.

(2) עבור ה-n שמצאתם, שרטטו את כל גרף הפונקציה $g(x)$.



51. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x , אי זוגית ועוברת בנקודה $(1, 4)$. נתון: $\int_{-1}^0 f(x) dx = P$.

הביעו באמצעות P , במידת הצורך, את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\int_0^1 f(-x) dx$

ב. $\int_{-2}^2 f(x) \cdot f'(x) dx$

ג. $\int_{-1}^1 (f'(x) - 2) dx$

הסתברות

52. בכיתה בנים ובנות. מוציאים באקראי מהכיתה תלמיד אחד (בן או בת). ידוע כי ההסתברות שלאחר ההוצאה יישארו בכיתה יותר בנים מבנות גדולה מ-0.5. מה ניתן לומר על ההסתברות שלפני ההוצאה היו בכיתה יותר בנים מאשר בנות (קבעו את התשובה הנכונה):

- א. גדולה מ-0.5
- ב. קטנה מ-0.5
- ג. שווה ל-0.5
- ד. לא ניתן לדעת

53. בפינת החי בקיבוץ שמש יש כמות גדולה מאוד של עזים וכבשים. כמות העזים גדולה פי 3 מכמות הכבשים. הוחלט להעביר חלק מהם לפינת החי בקיבוץ ירח. מוציאים באופן אקראי בכל פעם בעל חיים אחד ומעבירים אותו. חוזרים על הפעולה הזו עד שיש בקיבוץ ירח בדיוק 15 בעלי חיים מאותו הסוג.

- א. מה ההסתברות שבסך הכל הועברו 20 בעלי חיים?
- ב. האם התשובה של סעיף א. תשתנה אם ידוע שבקיבוץ שמש היו בהתחלה 75 עזים ו-25 כבשים?

54. לנועה שקית עם 12 מסטיקים: 7 אדומים והשאר צהובים. נועה מוציאה מסטיק אחד באקראי ונותנת לרותם וחוזרת על פעולה זו פעם נוספת.

- א. אם ידוע ששני המסטיקים היו באותו הצבע, מה ההסתברות שהשני היה אדום?
- ב. אם ידוע שהמסטיק הראשון היה אדום, מה ההסתברות שהמסטיק השני היה אדום?
- ג. אם ידוע שהמסטיק השני היה אדום, מה ההסתברות שהמסטיק הראשון היה אדום?



55. סקר שכלל מתרחצים רבים הבאים לחוף הים מצא ש 50% מהם משחקים במטקות ו 20% מהם מגיעים בתחבורה ציבורית. 60% מבין אלו שמגיעים בתחבורה ציבורית, משחקים מטקות. בחרים באקראי מתרחץ שהשתתף בסקר.

- א. מצאו האם המאורעות "משחק מטקות" ו "מגיע בתחבורה ציבורית" תלויים. נמקו.
ב. ידוע שהמתרחץ משחק מטקות. מה ההסתברות שהוא מגיע בתחבורה ציבורית?





תשובות סופיות

(32) א) $a_{n+1} = 4n + 2$, $a_{n+3} = 4n + 10$

א) $a_1 = 2$ (2)

(33) $6^{\frac{1}{2}n} \cdot 2^{\frac{1}{2}n(\frac{1}{2}n-1)}$

(34) א. 4 ב. -4 ג. עולה

(35) (1). נקודה אחת (2) $x = 4$

(36) (1). (0, 2.5) (2). עליה: אין, ירידה:

(3) $-1 < x < 0$ $f(2) = 4.5$

(37) (1). $a > 6$, $-1.5 < a < 6$, $a < -1.5$ (2).

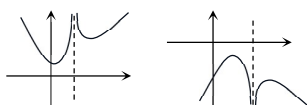
(3) $a = -6$ $0 < b < \frac{1}{2}$ או

$-\frac{1}{2} < b < 0$

(38) עבור $a > 0$: 3 נקודות קיצון, עבור $a \leq 0$: נקודת קיצון אחת.

(39) א) (1).  ב) (2). $\sqrt{2}$

(40) (1) שגויה. (2) אין.



(41) א. $f'' - f' - b$ ב. $\max y = 6x - 22$ ג.

ד. 4 ה. הוכחה.

(42) א. 1 ב. 2

(43) א. $b = 24$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. 29

(44) א. $x = 0.5 + k$, $x = 0$ (ב. k שלם), ב.

$y = \frac{1}{\pi^2}$

(45) א. $f'(x)$ - (I), $f(x)$ - (II) ב. (1). $x < a$ או

ג. $x > c$, $a < x < c$ (2). כן, נקודות

מינימום. ג. (i). לא נכון. (ii). נכון.

(46) א. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$, $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$ ב. לא

נכונה

(47) $b = 0, -\frac{9}{16}$

(1) $BF = \sqrt{20}$

(2) 2 סמ"ר

(3) 13, 12, 5

(4) $3r$

(5) $\frac{R}{1 + \sqrt{2}}$

(6) 8

(7) 300

(8) 4.1812

(9) $90^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 60^\circ$

(10) 2

(11) לא חשבונית

(12) $n = 9$

(13) $2 - \sqrt{3}$

(14) 44.5

(15) (ב, ד)

(16) $1 < a < 3$

(17) הוכחה

(18) טרפו שווה שוקיים

(19) 12 צלעות

(20) $2\sqrt{10}$, $6\sqrt{10}$, 143.13, 36.87

(21) לא יתכן

(22) $30^\circ < \alpha < 45^\circ$

(23) $\frac{9}{8}\pi R^2$

(24) (1). לא (2). $-\frac{1}{2} < x < 0$

(25) א) (i). לא נכון (ii) נכון (iii) נכון

ב) לא קיים.

(26) הוכחה

(27) הוכחה

(28) (1) הוכחה. (2) $x_2 = \pm b + 2\pi k$ או

$x_1 = \pm(\pi - b) + 2\pi k$

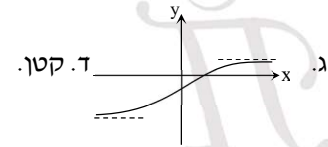
(29) $a_1^2 + 50a_1d + 1275d^2$

(30) גדול יותר סכום של איברים במקומות זוגיים

(31) לא יתכן



(48) א. 0, ב. $y_{x \rightarrow -\infty} = -3$, $y_{x \rightarrow \infty} = 1$

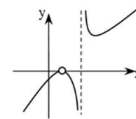


(49) א. 9
ב.

$g(4)=1, g(3)=-\frac{1}{2}, g(2)=-2, g(1)=-1.5$
 $g(0)=-0.5, g(-1)=1, g(-2)=2, g(-3)=1,$
 $g(-4)=0$

(50) א. $(5, 0.125)$, $x=1$, $y=0$.

ב. כן. (1) $n=-1$ (2)



(51) א. P, ב. 0, ג. 4.

ד. (52)

(53) א. 0.1517, ב. התשובה תשתנה.

(54) א. $\frac{21}{31}$, ב. $\frac{6}{11}$, ג. $\frac{6}{11}$.

(55) א. מאורעות תלויים. ב. 0.24.